



XVIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA SEXTO GRADO



Problema 1

En el reino “Muy Muy Lejano” el rey tiene cuatro consejeros, de los cuales cada uno puede ser leal o traidor, los leales siempre dicen la verdad y los traidores siempre mienten. El rey sabe que tiene la misma cantidad de consejeros traidores que leales, los reúne para interrogarlos y afirman lo siguiente:

Consejero 1: El consejero 4 es un traidor.

Consejero 2: El consejero 1 miente.

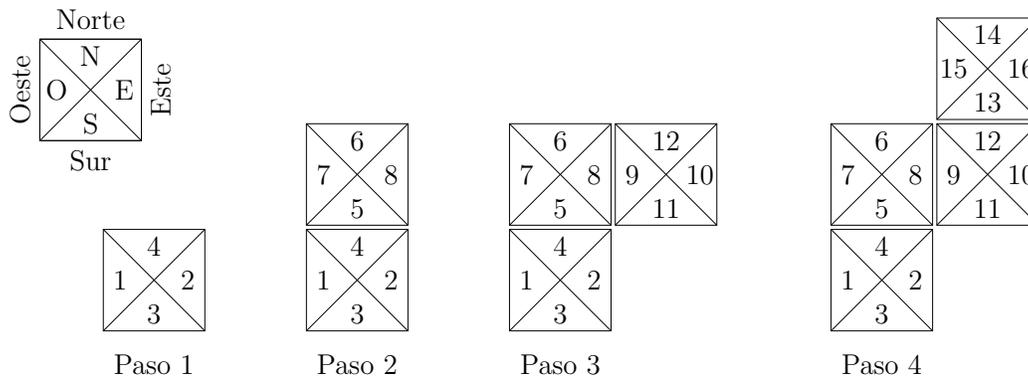
Consejero 3: No soy un traidor.

Consejero 4: El consejero 2 es leal.

Sabiendo que un leal solo puede ser amigo de un leal y un traidor solo puede ser amigo de un traidor, determinar cuáles consejeros son amigos entre sí.

Problema 2

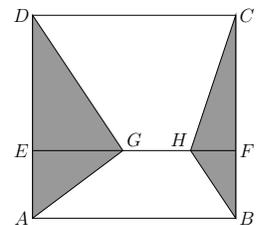
Amelia construirá una escalera ocupando bloques cuadrados, cada uno de los cuales tiene cuatro espacios que debe numerar correctamente para que la escalera sea *resistente*. Comienza con el bloque mostrado en el paso 1, luego coloca un bloque arriba en el paso 2, y continúa colocando bloques de manera alternada a la derecha o arriba del anterior, como se muestra en los pasos 3 y 4.



La escalera es *resistente* si cada vez que coloca un bloque arriba continúa la numeración desde el mayor número del bloque anterior de forma consecutiva en el orden sur, norte, oeste y este; mientras que cada vez que coloca un bloque a la derecha continúa la numeración en el orden oeste, este, sur y norte; de esta manera siempre los lados adyacentes de cada bloque son consecutivos. Si el último bloque que coloca Amelia es en el que aparece 2018, determinar cuántos bloques tiene la escalera y si el número 2018 está escrito en el norte, sur, este u oeste del último bloque colocado.

Problema 3

En la figura de la derecha, el lado del cuadrado $ABCD$ mide 9 cm y los segmentos DE y CF miden respectivamente el doble de los segmentos AE y BF . Sobre el segmento EF se marcan los puntos G y H de manera que $GH = 3\text{ cm}$. Encontrar el área de la región sombreada.



Problema 4

Para entrar a la convención de los matemáticos hay 7 puertas de acceso numeradas del 1 al 7. Para evitar el desorden, el organizador decide que hará diversas rondas para que las personas ingresen. En cada ronda, primero ingresa cierto número de personas por la puerta 1, luego cierto número de personas por la puerta 2, y así sucesivamente hasta finalizar la ronda con el ingreso de cierto número de personas por la puerta 7. En las siguientes rondas se procede de la misma forma. El número de personas que entran simultáneamente por cada puerta en una ronda es elegido en base a las siguientes reglas:

- (a) Ingresan menos de 10 personas por puerta.
- (b) Si la puerta es par, entra un número par de personas, y si es impar, entra un número impar de personas.
- (c) El número de personas que ingresan por una puerta es mayor al número de dicha puerta.
- (d) En puertas distintas entra un número distinto de personas.

Si Mario es la persona número 2018 en ingresar, determinar el número de la puerta por la que entró.

Problema 5

“*Multiplica por 5 o suma 1*” es un juego con dos controles: uno que multiplica por 5 y otro que suma 1. Bárbara escoge el control que usará y Alejandro, sabiendo la elección de Bárbara, escribe un número natural entre 1 y 100 en la pantalla. Luego comienzan a jugar: Bárbara presiona el botón en su control, luego Alejandro presiona el botón en su control, y siguen así alternadamente.

El jugador que gana es el que obtiene un número cuya última cifra sea igual a la última cifra de alguno de los números obtenidos en turnos anteriores de cualquier jugador. Determinar todas las estrategias que puede idear Alejandro para ganarle a Bárbara sin importar el control que ella elija.