



XVIII OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA
PRIMER AÑO DE BACHILLERATO



Problema 1

Manuel escribe una lista con los enteros positivos del 1 al 2018. A continuación, coloca un signo negativo enfrente de todas las potencias de 2 y un signo positivo enfrente de todos los demás números, es decir:

$$-1 - 2 + 3 - 4 + 5 + 6 + 7 - 8 + \dots + 2018$$

Calcular el resultado que obtiene Manuel al efectuar las operaciones indicadas.

Problema 2

Determinar la cantidad de números enteros n entre 1 y 2018, ambos inclusive, tales que el producto

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

es también un entero.

Problema 3

Determinar todas las parejas (x, y) de números reales que satisfacen la siguiente ecuación:

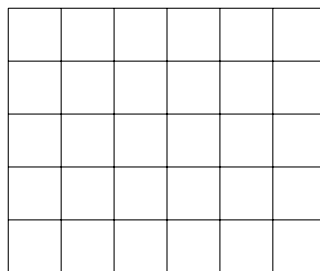
$$(x + y)^2 = (x + 2018)(y - 2018).$$

Problema 4

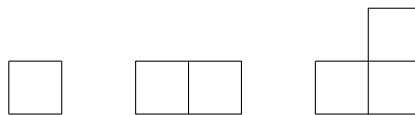
En el triángulo ABC , el ángulo $\angle ACB$ mide 90° . Las bisectrices internas de los ángulos $\angle BAC$ y $\angle ABC$ cortan a los lados BC y CA en P y Q , respectivamente. Los puntos M y N son los pies de las perpendiculares desde P y Q al lado AB . Calcular la medida del ángulo $\angle MCN$.

Problema 5

Carlos juega por turnos con Rodrigo en el siguiente tablero de 5×6 .



Un movimiento consiste en ubicar en el tablero una pieza de alguno de los siguientes tres tipos:



Las piezas se pueden rotar antes de ubicarse y no se permite que se traslapen con las colocadas anteriormente en el tablero. Gana quien termina de cubrir el tablero.

Si Carlos mueve primero, determinar el jugador que puede asegurarse la victoria y la estrategia que debe seguir para ganar.