XI OLIMPIADA SALVADOREÑA DE FÍSICA

MATERIAL DE APOYO PARA BACHILLERATO

Nota: puede consultar el material de apoyo de séptimo grado, octavo grado y noveno grado, donde podrás encontrar más problemas que te servirán como preparación.

1. Sistemas de Unidades y Conversión de Unidades

La mecánica clásica posee tres magnitudes fundamentales como lo son la masa, la longitud y el tiempo, se les conoce así porque se dice que las demás magnitudes como por ejemplo la fuerza, la velocidad y/o la energía son derivadas de la primeras tres.
El Sistema Internacional de unidades de medidas contempla como magnitudes fundamentales y sus respectivas unidades de medida las mostradas en la tabla 1.

Tabla 1: Magnitudes fundamentales del SI.

Magnitud Fundamental	Unidad de Medida (abreviatura)
Masa	Kilogramo (kg)
Tiempo	Segundo (s)
Longitud	Metro (m)
Temperatura	Kelvin (K)
Carga eléctrica	Coulomb (C)
Intensidad luminosa	Candela (Cd)
Cantidad de sustancia	Mol (mol)

Además del SI, existen otros sistemas de medidas; y ya que no todos los instrumentos de medición que utilizamos se encuentran necesariamente graduados con unidades del SI, surge, para el cálculo de magnitudes derivadas, la necesidad de convertir todas las medidas a unidades de un mismo sistema.

La conversión de unidades es importante, pero también lo es saber cuándo se requiere. En general, lo mejor es usar las unidades fundamentales del SI (longitudes en metros, masas en kilogramos y tiempo en segundos) dentro de un problema. Si la respuesta se debe dar en otras unidades (kilómetros, gramos u horas, por ejemplo), esperar hasta el final para efectuar la conversión.
Las unidades se multiplican y se dividen igual que los símbolos algebraicos ordinarios. Esto facilita la conversión de una cantidad de un conjunto de unidades a otro. La idea clave es que podemos expresar la misma cantidad física en dos unidades distintas y formar una igualdad.

Tabla 2: Equivalencias de unidades, SI, cgs, inglés.

Magnitud	**SI (MKS)**	**CGS**	**Inglés**
Masa	1 kg	1000 g	2.2 lb
Tiempo	1 s	1 s	1 s
Longitud	1 m	100 cm	3.28 pies

Por ejemplo, al indicar que 1 min = 60 s, no queremos decir que el número 1 sea igual al número 60, sino que 1 min representa el mismo intervalo de tiempo que 60 s. Por ello, el cociente 1min/60s es igual a 1, lo mismo que su recíproco 60s/1min. Podemos multiplicar una cantidad por cualquiera de estos factores, sin alterar el significado físico de la misma. Para averiguar cuantos segundos hay en 3 min, escribimos:

$$3 \text{ min} = 3 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 180 \text{ s}$$

Entonces EN 3 MINUTOS HAY 180 SEGUNDOS.

También se utilizan múltiplos y submúltiplos de las unidades de medida, para ello se implementa el uso de prefijos griegos + la unidad de medida; según sea es caso, es necesario conocer sus equivalencias, o lo que es igual, es significado de estos prefijos griegos, que representan potencias de 10. La tabla 3 muestra algunos prefijos griegos y su significado en potencias de 10.

Tabla 3: Prefijos griegos y potencias de 10.

Prefijo	Abreviatura	Notación
deca	da	10^{1}
hecto	h	10^{2}
kilo	k	10^{3}
mega	M	10^{6}
giga	G	10^{9}
tera	T	10^{12}
peta	P	10^{15}
exa	E	10^{18}
zetta	Z	10^{21}
yotta	Y	10^{24}

Prefijo	Abreviatura	Notación
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}
zepto	z	10^{-21}
yocto	y	10^{-24}

Podemos tratar con diferentes tipos de unidades, por ejemplo, cuando la aguja de un automóvil marca las 30mi/h y queremos saber si excedemos un límite de 40km/h. Procedemos de la siguiente forma:

Forma 1: Evaluamos si la equivalencia de 30mi/h supera o no, dicho límite.

$$30 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \times \frac{1.609\text{km}}{1\text{mi}} = 48.27 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Por tanto supera el límite.

Forma 2: Evaluamos si la equivalencia de 40km/h supera o no, el valor de la rapidez del auto.

$$40\ \frac{km}{h} \times \frac{1mi}{1.609km} = 24.86\ \frac{mi}{h}$$

Por tanto el límite está por debajo de la rapidez del auto.

Es decir, EL CONDUCTOR DEL AUTOMÓVIL EXCEDE EL LÍMITE DE VELOCIDAD.

2. Cifras significativas y notación científica

Son significativos todos los dígitos distintos de cero.
Los ceros situados entre dos cifras significativas son significativos.
Los ceros a la izquierda de la primera cifra significativa no lo son.
Para números mayores que 1, los ceros a la derecha de la coma son significativos.
Para números sin coma decimal, los ceros posteriores a la última cifra distinta de cero pueden o no considerarse significativos. Así, para el número 70 podríamos considerar una o dos cifras significativas. Esta ambigüedad se evita utilizando la notación científica.

8723	Tiene **cuatro** cifras significativas
105	Tiene **tres** cifras significativas
0.005	Tiene **una** cifras significativas
8.00	Tiene **tres** cifras significativas
7×10^2	Tiene **una** cifras significativas
7.0×10^2	Tiene **dos** cifras significativas

Se aconseja trabajar con 3 o 4 cifras significativas para evitar números excesivamente largos.

3. Mecánica, Conceptos Básicos

Aunque el estudio de la mecánica se remonta a los tiempos de Aristóteles y de Arquímedes, sigue teniendo muchas aplicaciones en la actualidad y de es de suma importancia para la comprensión de otras áreas de la física. Hablar de mecánica es hablar de movimiento de los cuerpos. Entre las ramas de la Física, la mecánica se encarga de estudiar todo lo relacionado al equilibrio y movimiento de los cuerpos.

La mecánica formulada por Isaac Newton aborda el estudio de los cuerpos de una manera exhaustiva y con el tratamiento espacial de las magnitudes vectoriales. Es necesario realizar un estudio previo de algunos conceptos básicos antes de introducirse de lleno al estudio de la mecánica. Comenzaremos con algunas definiciones:

- **Magnitud Escalar**

Aquella magnitud física que carece de dirección y sentido, como la temperatura o la masa.

- **Magnitud Vectorial**

Toda magnitud en la que, además de la parte escalar, hay que considerar el punto de aplicación, la dirección y el sentido. Las fuerzas, por ejemplo, son vectores.

- **Partícula**

El sistema partícula se utiliza cuando las dimensiones de los cuerpos en cuestión pueden ser perfectamente despreciadas, es decir se puede considerar que toda la masa del objeto se concentra en un punto.

- **Cuerpo Rígido**

En la física se toma en cuenta el concepto de cuerpo rígido cuando no es posible la utilización del sistema partícula, es decir de considerar las dimensiones de los cuerpos, la ubicación de su centroide, su momento de inercia, etc.

- **Sistema de Referencia**

Para poder brindar la posición de un punto, es necesario tener diferentes partículas fijas, para basarnos en la posición de ellas, se asocia una posición relativa de los cuerpos a estas partículas fijas. El conjunto de partículas fijas en el espacio que se utiliza para posicionar algún punto o cuerpo se le conocen como sistema de referencia.[1]

- **Posición**

El concepto de espacio se asocia a la noción de posición de un punto P. La posición de éste puede definirse mediante tres longitudes mediadas desde cierto punto de referencia, u origen, en tres dimensiones dadas. Estas longitudes se llaman coordenadas de P.

- **Desplazamiento**

Es una magnitud vectorial que se define como el cambio de posición, es decir que cuando vamos del punto A al punto B, nuestro desplazamiento no es el mismo que si vamos en sentido contrario, es decir, del punto B al punto A.

- **Trayectoria**

La curva que un cuerpo describe en el espacio al moverse, se conoce como trayectoria; esto es, el lugar geométrico de las sucesivas posiciones que va ocupando la partícula en su movimiento.

- **Distancia Recorrida (*S*)**

Se representa con la letra ***S***, y su medida, es la longitud de la trayectoria, es decir, la medida de la curva que describe un cuerpo en su movimiento.

- **Velocidad**[2]

Es una magnitud vectorial, que indica el cambio de posición en un tiempo determinado; una representación[3] es $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$

- **Rapidez**

La rapidez es una magnitud escalar, ésta es el módulo (la magnitud) de la velocidad.

[1] Para los problemas propuestos en esta olimpiada, la representación matemática del marco de referencia será el plano cartesiano, con coordenadas x, y, z.

[2] Es necesario indicar que la descripción matemática de la velocidad varía para los diferentes tipos de movimiento que se estudien, ya sea, en nuestro caso, rectilíneo o curvo, acelerado o con velocidad constante.

[3] El símbolo Δ indica un cambio, es decir, $\Delta x = x_{final} - x_{inicial}$

- Velocidad Media

Se define la velocidad media en un intervalo de tiempo, como el vector que relaciona el desplazamiento de un cuerpo en determinado tiempo. $\left(\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{t}\right)$

- Rapidez Media

Se define, al igual que la velocidad media, en un intervalo de tiempo, y esta es la razón entre la trayectoria de un cuerpo en un tiempo determinado. $\left(\bar{v} = \frac{s}{t}\right)$

- Aceleración

Es una magnitud vectorial que se define como el cambio de velocidad en un tiempo determinado, es decir $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

- Aceleración Media

Se define la aceleración media en un intervalo de tiempo, como el vector que relaciona el cambio de velocidad de un cuerpo en determinado tiempo $\left(\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{t}\right)$

4. Vectores

Un vector es una magnitud física definida por un punto del espacio donde se mide dicha magnitud, además contiene un módulo (o longitud), su dirección (u orientación) y su sentido (que distingue el origen del extremo). Al representar gráficamente un vector, diferenciamos sus componentes tal como muestra la siguiente figura.

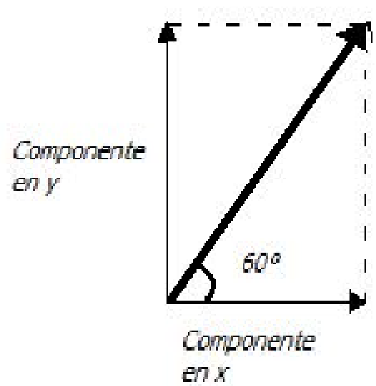


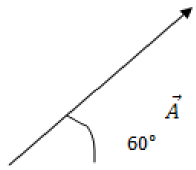
Figura 1: Componentes de un vector.

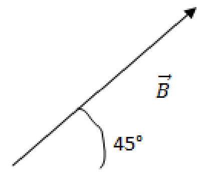
Al igual que con las magnitudes escalares, las magnitudes vectoriales pueden realizarse diferentes tipos de operaciones, como la suma, resta y los diferentes tipos de productos, *escalar por vector, vector por vector.*

Al igual que con las magnitudes escalares, las magnitudes vectoriales pueden realizarse diferentes tipos de operaciones, como la suma, resta y los diferentes tipos de producto, *escalar por vector, escalar* y *vectorial.*

Nos enfocaremos en este nivel, en la suma y resta **analítica** de vectores.

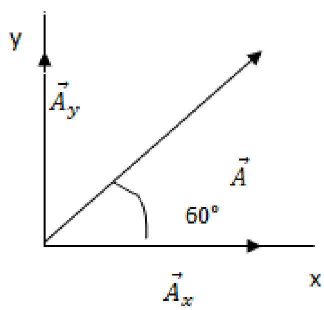
La suma y resta de vectores de forma analítica hace uso, o dicho de otra manera de auxilia de la trigonometría. Por ejemplo dados los vectores

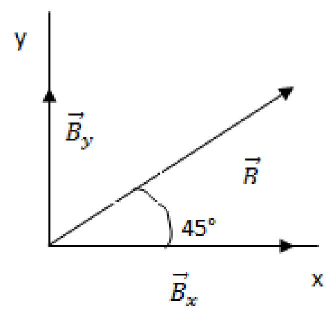




Encontrar la suma de $\vec{A}\ y\ \vec{B}$.

Para esto hay que saber que cada uno de los vectores se pueden descomponer en sus componentes, las cuales no son más que las proyecciones de estos sobre los ejes que se hayan establecido, el cual en este material son los ejes del plano cartesiano, evidentemente estamos hablando del plano cartesiano en dos dimensiones, con sus ejes x e y.



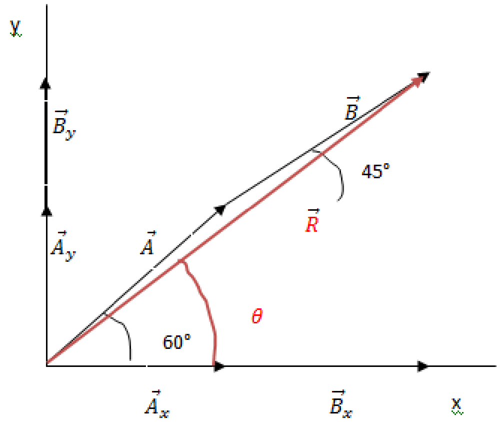


Ahora estas componentes son respectivamente:

$$\overrightarrow{A_y} = \vec{A}\ sen\ 60°$$
$$\overrightarrow{A_x} = \vec{A}\ cos\ 60°$$

$$\overrightarrow{B_y} = \vec{B}\ sen\ 45°$$
$$\overrightarrow{B_y} = \vec{B}\ sen\ 45°$$

Ahora para realizar la suma:



Como se observa en la figura las proyecciones del vector resultante no son nada más que la suma de las proyecciones de los otros dos vectores

Es decir para encontrar la suma de dos vectores primeramente se deben sumar las componentes de los vectores dados.

$\overrightarrow{R_y} = \overrightarrow{A_y} + \overrightarrow{B_y}$ Donde $\overrightarrow{R_y}$ es la componente en y de $\vec{R}$

$\overrightarrow{R_x} = \overrightarrow{A_x} + \overrightarrow{B_x}$ Donde $\overrightarrow{R_x}$ es la componente en x de $\vec{R}$

Ahora que ya se tienen las componentes la magnitud del vector resultante está dada por (utilizando el teorema de Pitágoras):

$$\vec{R} = \sqrt{\overrightarrow{R_y}^2 + \overrightarrow{R_x}^2}$$

Y la dirección del vector dada por

$$\tan\theta = \frac{\overrightarrow{R_y}}{\overrightarrow{R_x}}$$

$$\theta = Arctan\left(\frac{\overrightarrow{R_y}}{\overrightarrow{R_x}}\right) \text{ ó } \tan^{-1}\left(\frac{\overrightarrow{R_y}}{\overrightarrow{R_x}}\right)$$

5. Movimiento Rectilíneo Uniforme

La característica fundamental de un Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU) es que su velocidad (vector) es constante y por lo tanto su trayectoria es una línea recta. Es necesario recordar que la velocidad es un vector, por lo tanto posee módulo, dirección y sentido. En este sentido, tanto la magnitud y la dirección de la velocidad, son constantes.

Dado que la velocidad es constante, la rapidez tiene el mismo valor en cualquier instante de tiempo, y la distancia recorrida será directamente proporcional al tiempo transcurrido,

$$v = \frac{x}{t} \qquad (1)$$

con v, rapidez, x distancia recorrida y t tiempo. Por lo tanto, al graficar la posición en función del tiempo, obtendremos una gráfica de una línea recta, donde la pendiente es la velocidad.

6. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

Así como la velocidad describe la tasa de cambio de posición con el tiempo, la aceleración describe la tasa de cambio de velocidad con el tiempo. Al igual que la velocidad, la aceleración es una cantidad vectorial. En el movimiento rectilíneo, su única componente distinta de cero está sobre el eje en que ocurre el movimiento. Como veremos, en el movimiento rectilíneo la aceleración puede referirse tanto a aumentar la rapidez como a disminuirla.

Se define la aceleración media de la partícula al moverse de P_1 a P_2 como una cantidad vectorial cuya componente x es $a_{med\text{-}x}$ igual a Δv_x, el cambio en la componente x de la velocidad, dividido entre el intervalo de tiempo Δt:

$$a_{med-x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Movimiento con aceleración constante

El movimiento acelerado más sencillo es el rectilíneo con aceleración constante. En este caso, la velocidad cambia al mismo ritmo todo el tiempo. Se trata de una situación muy especial, aun cuando ocurre a menudo en la naturaleza.

Cuando la aceleración a_x es constante, la aceleración media $a_{med\text{-}x}$ para cualquier intervalo es a_x:

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Sean ahora $t_1= 0$ y t_2 cualquier instante posterior t. Simbolizamos con v_{0x} la componente x de la velocidad en el instante inicial t= 0; la componente x de la velocidad en el instante posterior t es v_x.

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

Podemos interpretar la ecuación como sigue, la aceleración a_x es la tasa constante de cambio de velocidad, es decir, el cambio en la velocidad por unidad de tiempo. El término $a_x t$ es el producto del cambio en la velocidad por unidad de tiempo, y el intervalo de tiempo t; por lo tanto, es el cambio total de la velocidad desde el instante inicial t = 0 hasta un instante posterior t. La velocidad v_x en cualquier instante t es entonces la velocidad inicial v_{0x} (en t =0) más el cambio en la velocidad $a_x t$.

También podemos obtener otra expresión para $v_{med\text{-}x}$ que sea válida sólo si la aceleraciones constante,

$$v_{med-x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \quad \text{(sólo válida con aceleración constante)}$$

Bajo análisis gráfico podemos obtener la siguiente fórmula:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2$$

Físicamente, esta ecuación nos indica que, la posición de un cuerpo (en una dimensión), con un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado viene dado por la posición inicial, más el aporte de la velocidad inicial en el intervalo de tiempo t, si el cuerpo tuviera un movimiento rectilíneo uniforme; más una distancia adicional causada por el cambio de velocidad. (Para el caso en el que se desee, puede ser utilizada para cualquiera de las 3 dimensiones por separado, ya que el movimiento en una dimensión no afecta a el movimiento en otra, a no ser que las condiciones del entorno lo modifiquen de esta manera; un ejemplo podría ser que si una persona se encuentra caminando en línea recta, la altura a la que esta persona se encuentra no cambiaría a no ser que se encuentre en un plano inclinado.)

Otras ecuaciones útiles, que se derivan de las ecuaciones anteriores, son:

$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2a_x(x - x_O) \quad \text{(sólo válida con aceleración constante)}$$

$$x - x_O = \frac{(v_{ox} + v_x)}{2}\, t \quad \text{(sólo válida con aceleración constante)}$$

Caída libre

El ejemplo más utilizado sobre el movimiento de cuerpos con aceleración constante es la caída de un cuerpo bajo la influencia de la gravedad de la Tierra. Al omitirse los efectos del aire; todos los cuerpos en un lugar específico caen con la misma aceleración hacia abajo, sea cual fuere su tamaño o peso. Si además la distancia de caída es pequeña en comparación con el radio terrestre, y si ignoramos los pequeños efectos debidos a la rotación de la Tierra, la aceleración es constante. El modelo idealizado que surge de tales supuestos se denomina caída libre, aunque también incluye el movimiento ascendente.

La aceleración constante de un cuerpo en caída libre se llama aceleración debida a la gravedad, y denotamos su magnitud con la letra g. Por lo regular, usaremos el valor aproximado de g cerca de la superficie terrestre:

$$g = 9.8\, {}^{m}/_{s^2} = 980\, {}^{cm}/_{s^2}$$

7. Proyectiles (movimiento parabólico)

Este caso del movimiento es muy curioso, ya que es similar a combinar un movimiento rectilíneo uniforme con un caso de caída libre. Como bien hemos dicho antes, a no ser que el entorno propicie para que suceda lo contrario, el movimiento en una dimensión o dirección, no afectará al movimiento de la otra; esto hace que podamos separar nuestro movimiento en 2 coordenadas independientes, las cuales por conveniencia llamaremos "x" y "y". Las características que podemos observar en dicho movimiento son:

- La velocidad en "x" se mantiene constante si despreciamos los efectos que produce el aire en el cuerpo.
- Movimiento de "Caída Libre" en el eje "y" (siempre acelerado uniformemente a $9.8 m/s^2$)
- La velocidad del objeto puede ser dividida en sus componentes rectangulares, para hacer más fácil el análisis del movimiento
- Puntos con la misma altura tiene la misma rapidez
- El tiempo que tarda en subir cierta altura, es el mismo tiempo que tarda en bajar hasta el mismo punto desde donde se midió dicha altura.

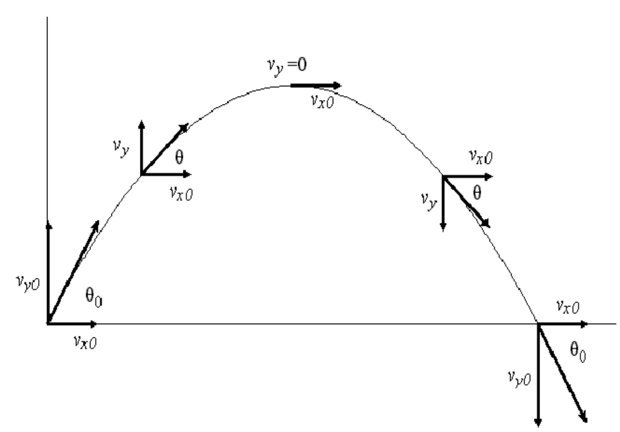


Figura 2: Tiro parabólico de una partícula.

- El tiempo transcurre de la misma manera para el eje "x" como para el eje "y" (esto podrá parecer muy sencillo, pero es de mucha utilidad a la hora de resolver ejercicios)

Las ecuaciones del movimiento son las mismas que hemos visto en los casos anteriores de cada tipo de movimiento:

$$v_x = v_O \cos(\alpha) = \text{constante}$$
$$v_y = v_O \sin(\alpha) - gt$$
$$x = v_x t = v_O \cos(\alpha) t$$
$$y = v_O \sin(\alpha) t - \frac{1}{2} gt$$
$$(v_{yf})^2 = (v_O \sin(\alpha))^2 - 2gy$$

8. Fuerza

Fuerza es toda causa capaz de modificar el estado de movimiento o de reposo de un cuerpo o de producir en él una deformación. La fuerza es una magnitud vectorial: se representa de manera vectorial y necesitamos conocer no sólo su módulo, sino también su **dirección, sentido** y **punto de aplicación.** Su unidad de medida en el Sistema Internacional es el **Newton.** Un newton se define como la fuerza necesaria para acelerar un cuerpo con una masa de 1 kg a 1 m/s^2

$$1\ N = 1\ kg\ \frac{m}{s^2}$$

(1 kg pesa 9,8 N en un lugar en que la gravedad es 9,8 m/s^2). Verás su definición en el apartado de la 2ª Ley de Newton pues es a partir de ella como se define.

Fuerza Normal

La fuerza normal (*N*) es la fuerza que ejerce una superficie sobre los cuerpos que están en contactos ella de forma perpendicular a la misma. Es la fuerza que evita que los cuerpos se atraviesen unos a otros al entrar en contacto.
El bloque sobre la mesa sufre una fuerza normal *N* producida por la mesa que lo está sosteniendo, esta fuerza es vertical, ya que la superficie de la mesa es horizontal. Si la mesa no estuviese, el bloque debería caer, sin embargo la normal *N* de la mesa evita, evita que el bloque la atraviese.

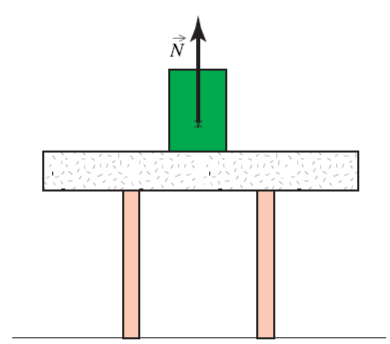


Figura 3: Diagrama de fuerza normal.

Fuerza de fricción

La fricción es una fuerza que aparece entre superficies en contacto. La fuerza de fricción se opone siempre al movimiento, o a la tendencia al movimiento, de cada superficie relativa a la otra.

La fuerza de fricción no depende del área de los cuerpos que están en contacto, sino solamente del **área efectiva** de contacto entre superficies.

En la figura la fuerza **F** tiende a mover el bloque hacia la derecha, la fricción ***f*** que produce la superficie del suelo, se opone a que exista un movimiento relativo entre las superficie de estos dos cuerpos, actuando hacia la izquierda.

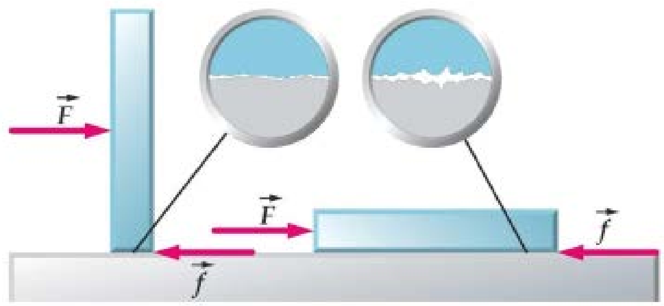


Figura 4: Esquema de la aparición de la fricción.

Hay dos tipos de fricción:

- La fricción estática f_S que es la que actúa mientras los cuerpos están en reposo uno con respecto al otro; Su valor máximo aparece cuando los cuerpos están a punto de desplazarse entre ellos. Este valor se conoce como fricción estática máxima $f_{S\,max}$ y se calcula en función de la fuerza normal **N** que sufren los cuerpos en contacto de la siguiente forma:

  $$f_{S\,max} = \mu_S N$$

  Donde μ_S es conocido como coeficiente de fricción estático; es adimensional, es decir, no tiene unidades de medida. El valor de μ_S depende de los tipos de superficie que entren en contacto, entre más rugosa sea la superficie, mayor será μ_S; sin embargo, el valor de μ_S siempre se encuentra entre cero y uno.

  El rango de la fricción estática que da restringida bajo el siguiente intervalo:

  $$0 \leq f_S \leq \mu_S N$$

- El otro tipo de fricción es la fricción cinética f_K, la cual aparece cuando las superficies en contacto se encuentran en movimiento relativo entre ellas; es decir luego de vencer la fuerza estática máxima. El máximo valor de la fricción cinética aparece cuando el movimiento entre las superficies alcanza la velocidad constante. Matemáticamente la fricción cinética máxima $f_{K\,max}$ es muy parecida a la estática máxima:

  $$f_{K\,max} = \mu_K N$$

Donde otra vez aparece la fuerza normal, solo que ahora acompañada de otro coeficiente adimensional, el coeficiente de fricción cinética μ_K que es análogo al μ_S, pero por lo general μ_S es mayor que μ_K, por lo que siempre la fricción estática es mayor que la cinética, ya que físicamente es más difícil poner un cuerpo en movimiento que inicialmente estaba en reposo, que hacer que un cuerpo en movimiento alcance una velocidad constante.

Peso

El peso es la fuerza que experimenta un cuerpo debido a la atracción gravitatoria que producen todos los cuerpos a su alrededor. Cuando un cuerpo se encuentra muy másico, como la Tierra, la mayoría del peso es producido por ese cuerpo. Entonces, los cuerpos para los cuerpos que se encuentran en la Tierra o en sus cercanías, se desprecia las fuerzas gravitatorias de los demás cuerpos y sólo se toma en cuenta la fuerza ejercida por la Tierra, por lo que el peso de un cuerpo en la Tierra irá dirigido hacia el centro de esta. Este peso terrestre que sufre un cuerpo de masa **m** se puede calcular como:

$$w = mg$$

Donde g es la aceleración de la gravedad en las cercanías de la Tierra ($g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$), este valor depende de propiedades del planeta como la masa y el radio de la Tierra. Gráficamente siempre se dibuja verticalmente hacia abajo, al igual que el peso, ya que el suelo se coloca como una superficie horizontal en la parte inferior.

Diferencia entre masa y peso

Como hemos definido anteriormente el peso es una fuerza que sufren los cuerpos debido a un campo gravitatorio, producido por otro/s cuerpo/s. A menudo tiende a confundirse este concepto con el de masa a pesar de ser muy diferentes.
La masa es la cantidad de materia que posee un cuerpo, es una unidad fundamental que como sabemos es escalar.
Si nos embarcáramos en un viaje a La Luna experimentaríamos que la fuerza con la que la Luna nos atrae es un sexto de la fuerza con que nos atrae La Tierra, eso quiere decir que el nuestro peso en La Luna es menor de nuestro peso en La Tierra. Sin embargo, en toda esta aventura nuestra masa no se ve afectada, ya que nuestra materia no se vio ni aumentada, ni disminuida, no recibimos masa, ni entregamos masa. ¿Por qué sucede este cambio en el peso?
Como sabemos el peso de un cuerpo depende de la masa del cuerpo y como planteamos en el caso anterior esta no se vio modificada; sin embargo el peso depende de otro factor, que es la aceleración de la gravedad. ¿Sufren los cuerpos la misma aceleración de la gravedad en La Tierra que en La Luna? La respuesta es no. Como todos sabemos la aceleración de la gravedad en La Luna es menor que la aceleración de la gravedad en La Tierra. La aceleración de gravedad en la luna es un sexto que en la Tierra.

Esto conlleva que todos los cuerpos tendrán un peso seis veces menor en La Luna que en La Tierra

9. Leyes de movimiento de Newton

Isaac Newton fue un científico inglés que escribió "Los principios matemáticos de la filosofía natural" ("Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica"). En este libro, entre otros temas, enunció sus leyes del movimiento. Este artículo pretende que estas famosas leyes te resulten más asequibles para tu comprensión.

El movimiento es el desplazamiento de los cuerpos dentro de un espacio con referencia a otro cuerpo. El movimiento es relativo ya que depende del punto de vista del observador.

Primera Ley de Newton o Ley de la inercia

Establece que todo cuerpo permanecerá en un estado de equilibrio (reposo o en movimiento rectilíneo uniforme) a menos que sobre él actué una fuerza neta distinta de cero. Cuando la sumatoria de fuerzas sobre un cuerpo es cero, no existe fuerza neta sobre el cuerpo, por lo tanto el cuerpo se encuentra en un estado de *equilibrio de fuerza* o *equilibrio traslacional.*

$$\sum F = 0$$

Cuando un cuerpo se saca de este estado de equilibrio, es debido a que esta sumatoria de fuerza es diferente de cero, es decir que da como resultado una fuerza neta o resultante.

¿Qué es la inercia? La inercia es la resistencia que ofrece un cuerpo a modificar su estado de movimiento, es decir un objeto en movimiento entre más inercia tenga, será más difícil detenerlo. La inercia de un cuerpo depende de la masa del mismo, entre más masa tiene un cuerpo, presenta mayor inercia.

Es decir que cuerpos con distintas masas (distintas inercias) reaccionan diferente a un mismo estímulo. (fuerza)

Ejemplo: Cuando se viaja en un autobús a velocidad constante y de repente se aplican bruscamente los frenos, los pasajeros que se ven más afectados con este cambio repentino de ritmo son los más livianos de masa, saliendo hacia adelante. Explique el porqué de este fenómeno.

Solución: Partimos de que cuando el autobús se encontraba en movimiento todos los cuerpos dentro de él se encuentran en el mismo estado de movimiento (velocidad constante), sin embargo cuando se aplica los frenos, se perturba el estado de movimiento, los cuerpos tienden a seguir yendo hacia adelante, pero la fuerza producida por los frenos está intentando llevar a todos los cuerpos al reposo.

Todos los cuerpos ofrecen resistencia a este cambio en el estado de movimiento (inercia), sin embargo ofrecerá más inercia el que tenga más masa (cuerpos pesados), y por ende ofrecerá menor resistencia o se verá más afectado el que cuente con menor masa (cuerpos más livianos)

Segunda Ley de Newton

Esta ley establece que si sobre un cuerpo se aplican fuerzas aparece una aceleración proporcional y que va en la misma dirección y sentido que la fuerza resultante de dichas fuerzas; siendo la constante de proporcionalidad la masa del cuerpo.

Lo dicho anteriormente puede resumirse en una expresión que relaciona la fuerza neta (causa) sobre el cuerpo y la aceleración (efecto) que le produce a dicho cuerpo. Donde expresamos la sumatoria de fuerzas en el cuerpo $(\sum F)$

$$\sum F = ma$$

Donde ***m*** es la masa del cuerpo que sufre las fuerzas, ***a*** es la aceleración que produce la fuerza al cuerpo. Se puede definir el Newton como la fuerza necesaria para acelerar a 1m/s^2 a un cuerpo de 1 kg.

También puede expresarse a la sumatoria de fuerzas como una fuerza neta F_{neta}

$F_{neta} = ma$

Esta aceleración ***a***, producida por la misma F_{neta}, siempre lleva la misma dirección y sentido que esta última.

Lo que no enuncia matemáticamente es una relación directamente proporcional entre la aceleración y la fuerza, y una relación inversamente proporcional entre la aceleración y la masa.

Tercera Ley de Newton o ley de acción y reacción

La última Ley de Newton establece que: con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria; o sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas. Expone que por cada fuerza que actúa sobre un cuerpo, éste realiza una fuerza de igual magnitud y dirección, pero de sentido contrario sobre el cuerpo que la produce. Dicho de otra forma, las fuerzas, situadas sobre la misma recta, siempre se presentan en pares de igual magnitud y dirección pero sentido opuesto.
Resulta muy importante observar que este principio de acción y reacción relaciona con dos fuerzas que no están aplicadas al mismo cuerpo, produciendo en ellos aceleraciones diferentes, según sean sus masas. Por lo demás, cada una de esas fuerzas obedece por separada a la segunda ley.

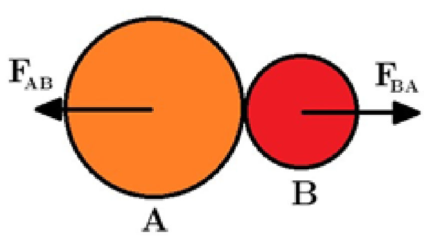


Figura 5: Esquema de la tercera ley de Newton

En la figura los cuerpos A y B interactúan entre sí; el cuerpo A ejerce una fuerza F_{AB} sobre el cuerpo B; el cuerpo B ejerce una fuerza F_{BA} sobre el cuerpo A, la cual es de igual magnitud y dirección, pero de sentido opuesto que F_{AB}

Si estos dos cuerpos chocasen entre ellos, ambos sentirían una fuerza de igual magnitud, pero experimentarían aceleraciones diferentes según la segunda Ley de Newton. El de mayor masa experimentaría una menor aceleración, ya que cuenta con mayor inercia.

Diagrama de cuerpo libre

El diagrama de cuerpo libre es un método que sirve para visualizar las fuerzas que están actuando sobre un cuerpo. Es de gran ayuda para la determinación del equilibrio de fuerzas de un cuerpo. Para realizar un diagrama de cuerpo libre, se recomienda seguir los siguientes pasos:

- Seleccionar el cuerpo o partícula a la que se le desea realizar el análisis o sumatoria de fuerzas. Si se representa al cuerpo como una partícula en el diagrama de cuerpo libre las fuerzas se dibujan saliendo del cuerpo.
- Identificar y representar en un nuevo dibujo todas las fuerzas externas que actúen sobre el objeto seleccionado.
- Elegir el sistema de referencia más conveniente para cada objeto e incluirlo en el diagrama de cuerpo libre. Si es conocida la dirección de la aceleración, es conveniente elegir uno de los ejes de coordenadas paralelo a la aceleración.

Ejemplo: Realizar el diagrama de cuerpo libre para un bloque que descansa sobre una mesa.

Solución:

El cuerpo a analizar es el bloque, por lo tanto, se grafican las fuerzas sobre este cuerpo, las cuales son el peso del bloque (*W*) que actúa verticalmente hacia abajo, y la fuerza normal (*N*) que es producida por la superficie de la mesa y actúa verticalmente hacia arriba.

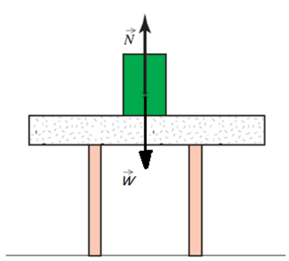


Figura 6: Diagrama de fuerzas sobre el bloque.

Ahora se toma al cuerpo como partícula y se coloca en origen de un sistema de referencia, el cual para nuestro caso, utilizaremos un plano cartesiano; teniendo al eje X como el eje horizontal y al eje Y como el vertical. Por lo tanto ambas fuerza quedan sobre el eje vertical.

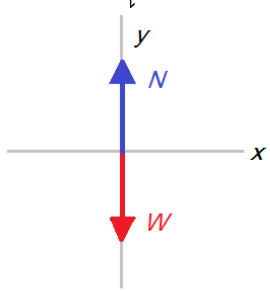


Figura 7: Diagrama de cuerpo libre.

Puede establecerse obviamente que debido a que el bloque se encuentra en reposo la sumatoria de fuerzas es cero, por lo tanto la normal y el peso se están anulando. Cabe destacar que para el diagrama de cuerpo libre hubiese bastado asignar como sistema de referencia al eje Y, ya que las fuerzas actúan solamente en él y no aparece en ningún momento una fuerza paralela al plano de la mesa (eje X).

Ejemplo: Grafique el diagrama de cuerpo libre para el cuerpo de la figura, el cual se encuentra descendiendo por la pendiente de un plano inclinado, con fricción, con una aceleración constante.

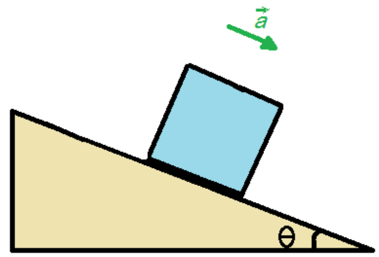


Figura 8: Diagrama del ejemplo.

Las fuerzas que actúan sobre este bloque son:

- El peso del bloque *W* debe ir dirigido verticalmente hacia abajo.
- La fuerza normal *N* que produce el plano inclinado, esta fuerza es perpendicular a la superficie inclinada, evitando que el bloque atraviese el plano.
- La fuerza de fricción *f*, esta debe ser paralela al plano, ya que está tratando de evitar que el bloque resbale hacia abajo, por lo que va en sentido opuesto a la aceleración.

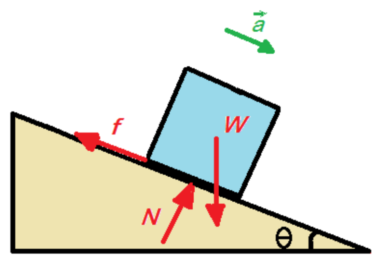


Figura 9: Diagrama de fuerzas sobre el bloque.

Para los problemas donde se encuentran los planos inclinados, se recomienda utilizar como sistema de referencia un plano cartesiano; colocando un eje paralelo a la inclinación y el otro paralelo a esta. Esto debido a que se recomienda que haya un eje paralelo a la aceleración. Asignaremos al eje paralelo al plano inclinado como X y al eje perpendicular como Y.

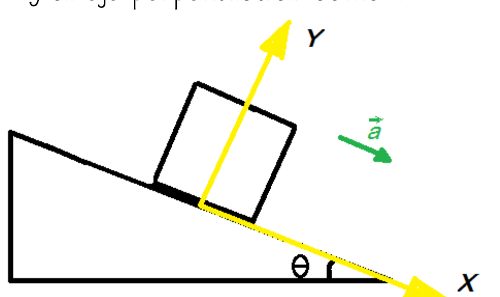


Figura 10: Diagrama del sistema coordenado a utilizar.

Ahora ubicamos al bloque en el origen del plano cartesiano y trazamos las fuerzas saliendo del bloque. Por geometría el ángulo con el que el peso actúa con respecto al eje Y (negativo) es el mismo ángulo de la inclinación de la pendiente. Girando el plano cartesiano, de modo que el eje Y nos quede vertical, obtenemos:

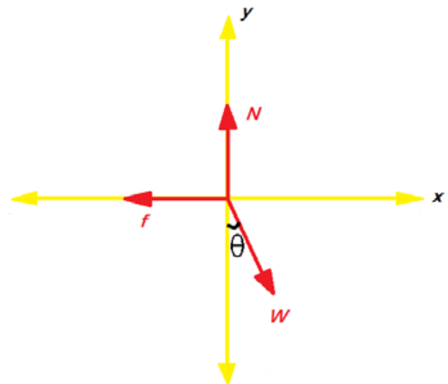


Figura 11: Diagrama de cuerpo libre.

Ahora podemos observar que según nuestra referencia: La normal (**N**) actúa solo en el eje Y, la fricción (**f**) actúa solamente en el eje X, y el peso actúa tanto en el eje X como en el eje Y.

10. Trabajo y Energía

- **Trabajo (W)**

Es una magnitud física (escalar) que definida como el producto punto (o producto escalar) de la Fuerza (**F**) por el desplazamiento (**d**); $\boldsymbol{W = \vec{F} \cdot \vec{d} = Fd\cos\theta}$ donde, θ es el ángulo formado por los vectores F y d.
La unidad de medida en el SI es el Jule (J): [W]=[N·m]=[J]

La *energía* indica la capacidad que tiene un cuerpo de realizar trabajo y, al igual que este, se mide en Jules en el SI.

- **Energía Mecánica**

Es igual a energía cinética (energía relativa al movimiento) más la energía potencial (energía que depende de un potencial) de un cuerpo o un sistema.
$\mathbf{E = K + U}$

- Energía cinética: $\boldsymbol{K = \frac{1}{2}mv^2}$; donde *m* es la masa y *v* la magnitud de la velocidad.
- Energía potencial gravitatoria: $\boldsymbol{U = mgh}$; *g*: aceleración de la gravedad
- Energía potencial elástica: $\boldsymbol{U = \frac{1}{2}\kappa x^2}$; $\boldsymbol{\kappa}$: constante de restitución del resorte y *x:* la longitud de compresión (o estiramiento) del resorte.

<u>Principio de Conservación de la Energía</u>

En un sistema aislado (que no interactúa con otro sistema) la energía puede ser transformada de una clase a otra, pero no puede ser creada o destruida; la energía total del sistema permanece constante.

Teorema Trabajo-Energía

Para calcular el trabajo neto W_{neto} sobre una partícula se necesita calcular la fuerza neta F_{neto}, que es la sumatoria de todas las fuerzas que actúan sobre la partícula.

Y tenemos, $W_{neto} = F_{neto}\,(x_f - x_i)$

Donde, X: indica la posición de la partícula y $(X_f - X_i)$: es el cambio de posición = desplazamiento

De la segunda ley de Newton sabemos que: $\sum F = ma$

Entonces, $W_{neto} = ma\,(x_f - x_i)$, porque $\sum F = F_{neto}$

Una de las ecuaciones de cinemática dice que $v_f^2 = v_i^2 - 2a\,(x_f - X_i)$

Luego despejamos: $a\,(X_f - X_i) = ½\,(v_f^2 - v_i^2)$

Ahora sustituimos en la ecuación anterior del trabajo neto:

$W_{neto} = ma\,(x_f - x_i) = m\,(½)\,(v_f^2 - v_i^2)$

$W_{neto} = m\,(½)\,(v_f^2 - v_i^2) = ½\,m\,v_f^2 - ½\,m\,v_i^2$

Y recordando la definición de energía cinética, $K = ½\,m\,v^2$

$W_{neto} = K_f - K_i = \Delta K$: cambio en la energía cinética

Y deducimos que:

"El *trabajo* neto efectuado por las fuerzas que actúan sobre una partícula es igual al cambio en la *energía cinética* de la partícula"

Matemáticamente: $\mathbf{W_{neto} = \Delta K = K_f - K_i}$ → *Teorema Trabajo-Energía*

MATEMÁTICA

1. Álgebra

Es importante conocer matemática para desarrollar conceptos físicos, la matemática será el lenguaje que se utilizará para describir los diferentes fenómenos físicos. Las variables pueden representarse por letras $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$… $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{y}$, $\boldsymbol{z}$… $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$… En todas las ecuaciones, las magnitudes físicas se representan por medio de estas letras, como ejemplo, podemos referirnos a la ecuación (1) donde la velocidad, posición y tiempo se representan por $\boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{x}$ y $\boldsymbol{t}$, respectivamente. Utilizando esta expresión matemática hemos descrito el fenómeno para el movimiento rectilíneo uniforme (velocidad constante).

En la solución de algunos problemas, es necesaria la implementación y utilización de ecuaciones, es por ello que es indispensable conocer la forma correcta de trabajar con ellas.

Las ecuaciones se componen de dos partes:

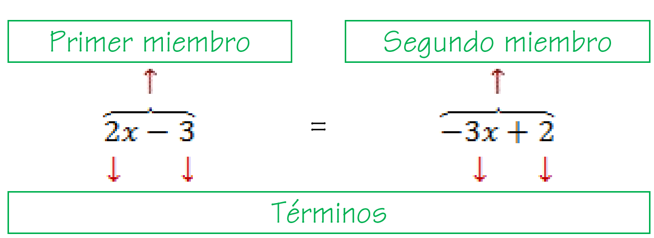


Figura 12: Partes de una ecuación.

Cuando un término pasa del primer miembro al segundo miembro, o viceversa, éste realiza la operación contraria en el nuevo miembro; es decir, si en el caso de la ecuación de la figura 4 podemos realizar las siguientes operaciones para obtener el valor de la variable $\boldsymbol{x}$.

$2x - 3 = -3x + 2$	De un lado la variable "x" y del otro lado los términos independientes
$2x = -3x + 2 + 3$	"3" se encuentra restando en el 1^{er} término, cuando pasa al 2^{0}, va restando
$2x + 3x = 2 + 3$	"3x" se encuentra restando en el 2^{0} término, cuando pasa al 1^{0}, va restando
$5x = 5$	Se realizan las operaciones aritméticas necesarias
$x = \frac{5}{5}$	En el 1^{er} término el "5" multiplica a la "x"; entonces, pasa a dividir en el 2^{0}
$x = 1$	El valor de la variable "x" en esta ecuación es **1**

Además de saber despejar y resolver ecuaciones de primer grado será de grado es necesario saber resolver ecuaciones de segundo grado, no se les exigirá un método en específico pero basta con saber aplicar la formula general para resolverlas.

$ax^2 + bx + c = 0$ Forma general de una ecuación de segundo grado

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Solución general de una ecuación cuadrática.

$x + 8x + 15 = 0$ Al observar esta ecuación podemos identificar el valor de "a", "b" y "c" y sustituir sus valores en la ecuación para calcular los valores de "x"

$a = 1, b = 8bc = 15$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-8 \pm 2}{2}$$

$x = -3, x = -5$

Otro recurso, del cual tenemos que contar en ocasiones para resolver algunos problemas, es resolver un sistema de ecuaciones. Nos enfocaremos en un sistema de ecuaciones lineales de dos incógnitas. Un sistema de dos ecuaciones de dos incógnitas tiene como solución un par de números, uno para cada variable, que satisfacen ambas ecuaciones.

Para resolver un sistema de ecuaciones de estos, existen varios métodos: sustitución, igualación, reducción, determinantes y gráfico. En este caso haremos alusión a los métodos de sustitución e igualación.

- Sustitución
  - Se despeja una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
  - Ahora se sustituye esa expresión encontrada, en lugar de la incógnita en la otra ecuación.
  - Se resuelve la ecuación de una incógnita resultante.
  - El valor encontrado se sustituye en la otra ecuación y se obtiene la solución al sistema.

$$2x + 3y = 1 \quad e \quad 3x + 5y = 2$$

Despejando

$$x = \frac{1-3y}{2}$$

Sustituyendo la expresión

$$3\,\frac{1-3y}{2} + 5y = 2$$

$$3 - 9y + 10y = 4$$

$$y = 1$$

Sustituyendo el valor

$$x = \frac{1-3(1)}{2}$$

$x = -1$

Así las soluciones son $x = -1 \quad e \quad y = 1$.

- Igualación
  - Se despeja una de las incógnitas en ambas ecuaciones.
  - Ahora se igualan ambas expresiones encontradas.
  - Se resuelve la ecuación de una incógnita resultante.
  - El valor encontrado se sustituye en una de las ecuaciones y se obtiene la solución al sistema.

Despejando

$$x = \frac{1-3y}{2} \quad e \quad x = \frac{2-5y}{3}$$

Sustituyendo la expresión

$$\frac{1-3y}{2} = \frac{2-5y}{3}$$

$$3 - 9y = 4 - 10y$$

$$y = 1$$

Sustituyendo el valor

$$x = \frac{1-3(1)}{2}$$

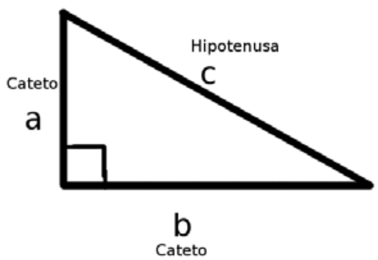
$x = -1$

Así las soluciones son $x = -1 \quad e \quad y = 1$.

2. Trigonometría

Es necesario tener conocimientos básicos sobre trigonometría para facilitar la resolución de problemas físicos, el teorema de Pitágoras, los triángulos notables y las razones trigonométricas son herramientas utilizadas para solución de problemas.

Teorema de Pitágoras



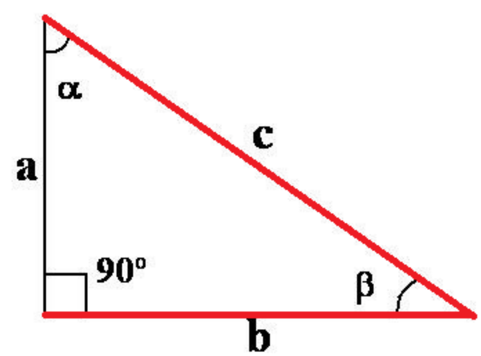
$$c^2 = a^2 + b^2$$
$$a^2 = c^2 - b^2$$
$$b^2 = c^2 - a^2$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$
$$a = \sqrt{c^2 - b^2}$$
$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

El teorema de Pitágoras nos indica que en todo triangulo rectángulo se cumple que el cuadrado de la magnitud de la hipotenusa (el lado de mayor tamaño) es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los catetos.

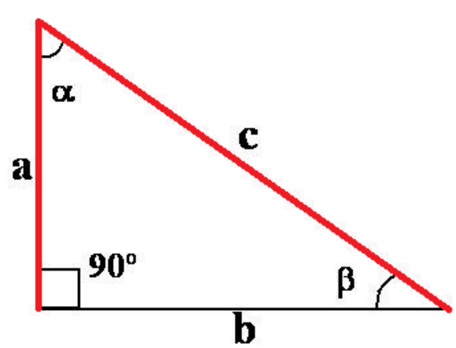
Razones trigonométricas

Se define comúnmente a las razones trigonométricas como la razón entre dos lados de un triángulo rectángulo asociados a uno de sus ángulos agudos.



Considerando el siguiente triangulo rectángulo con hipotenusa "c" y cuyos catetos son el lado "a" y "b" podemos decir que el lado "b" es el lado **adyacente** respecto al ángulo β ya que entre el lado "b" y la hipotenusa "c" se forma dicho ángulo. El lado a es el lado **opuesto** al ángulo β.

Ahora si analizamos el mismo triangulo pero ahora respecto al ángulo α.
El lado "a" será ahora nuestro lado **adyacente** y el lado b será nuestro lado **opuesto**.



Por tanto las razones trigonométricas para este triángulo son:

- Para el ángulo α

$\sin\alpha = \frac{b}{c}$; *seno*

$\cos\alpha = \frac{a}{c}$; *coseno*

$\tan\alpha = \frac{b}{a}$; *tangente*

$\csc\alpha = \frac{c}{b}$; *cosecante*

$\sec\alpha = \frac{c}{a}$; *secante*

$\operatorname{ctg}\alpha = \frac{a}{b}$; *cotangente*

- Para el ángulo β

$\sin\beta = \frac{a}{c}$; *seno*

$\cos\beta = \frac{b}{c}$; *coseno*

$\tan\beta = \frac{a}{b}$; *tangente*

$\csc\beta = \frac{c}{a}$; *cosecante*

$\sec\beta = \frac{c}{b}$; *secante*

$\operatorname{ctg}\beta = \frac{b}{a}$; *cotangente*

También es útil recordar para el triángulo anterior

$\sin\beta = \cos\alpha$

$\cos\beta = \sin\alpha$

$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$

$(\sin\beta)^2 + (\cos\beta)^2 = 1$

Preguntas y problemas resueltos.

1. Cuando Salvador tira una moneda hacia arriba y observa que debido a la resistencia que presenta el aire al movimiento esta regresa con una décima parte menos de la velocidad con la que fue lanzada. Si la masa de la moneda es de 25gramos, e inicialmente fue lanzada a 10m/s, ¿cuánta es la energía total perdida por la moneda?

Para darle solución planteamos lo siguiente:

- la velocidad con la que llega $v_{llegada}$ es igual a la que tiene cuando parte, pero reducida en una décima parte:

$$v_{llegada} = v_{inicial} - \frac{1}{10} v_{inicial}$$

$$v_{llegada} = 0.9 v_{inicial}$$

- por conservación de la energía:
$E_{inicial} = E_{final}$
- en el momento de partida:

$$E_{inicial} = \frac{1}{2} m v_{inicial}^2$$

- al momento de llegada:

$$E_{final} = \frac{1}{2} m v_{final}^2 + E_{perdida}$$

- igualamos las energías:

$$\frac{1}{2} m v_{inicial}^2 = \frac{1}{2} m v_{final}^2 + E_{perdida}$$

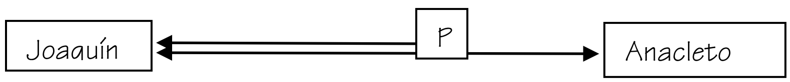
- despejamos la energía perdida y sustituimos el valor de la velocidad final con la que llega:

$$\frac{1}{2}mv_{inicial}^2 - \frac{1}{2}m(0.9v_{inicial})^2 = E_{perdida}$$

$$E_{perdida} = \frac{19}{200}mv_{inicial}^2$$

$$E_{perdida} = 2.4x10^{-1}Joules$$

2. Joaquín y Anacleto se tiran bolitas de papel el uno al otro en una épica batalla a 10 metros de distancia. Como Joaquín es más fuerte, lanza las bolitas a 2.4m/s; mientras Anacleto solo a 1.9m/s. En un determinado momento, ambos tiran bolitas al mismo tiempo, y estas chocan de frente.
   a) ¿A qué distancia chocan las bolitas de cada uno de ellos?
   b) ¿Cuánto tiempo tardan en llegar?



a)

- planteamos que ambos están a una distocia d=10 metros; y que las bolitas impactan en un punto "P", a una distancia "j" de Joaquín. por lo tanto las bolitas chocan a una distancia "d-j" de Anacleto.
- el tiempo "t" que tarda la bolita enviada por Joaquín es igual al que le toma a la de Anacleto en llegar, ya que ambas fueron lanzadas al mismo tiempo.

$$t_{Joaquín} = \frac{j}{v_{Joaquín}}$$

$$t_{Anacleto} = \frac{d-j}{v_{Anacleto}}$$

- igualamos ambas expresiones:

$$\frac{d-j}{v_{Anacleto}} = \frac{j}{v_{Joaquín}}$$

despejamos "j":

$$j\left(\frac{v_{Anacleto}}{v_{Joaquín}} + 1\right) = d$$

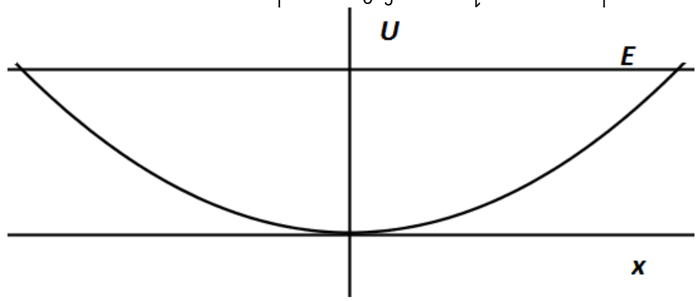
$$j = d\left(\frac{v_{Joaquín}}{v_{Anacleto} + v_{Joaquín}}\right)$$

$j = 5.6\ metros \quad (d-j) = 4.4\ metros$

Podemos ver que chocan a 5.6metros de Joaquín y a 4.4 metros de Anacleto

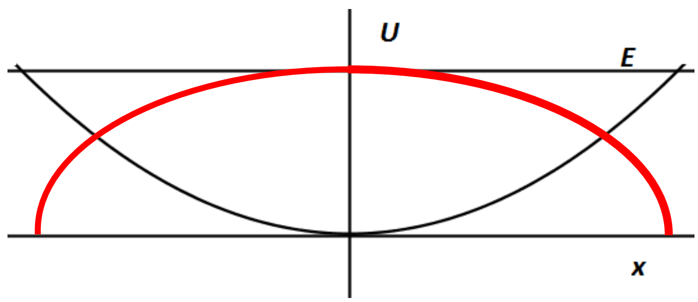
b) usamos $t_{Joaquín} = \frac{j}{v_{Joaquín}} = 2.3\ segundos$ .ahora que tenemos "j"; tardan 2.3 segundos en llegar.

3. Se tiene la siguiente gráfica de la energía potencial elástica, almacenada en un sistema masa.-resorte, en función de la distancia x. La línea horizontal que corta la figura es la energía mecánica. A partir de esta información responda y justifique su respuesta:



   a) Dibuje sobre la gráfica la curva que represente la energía cinética de la masa.
   b) ¿En qué puntos la energía mecánica es máxima?
   c) ¿En qué puntos la energía mecánica es mínima? [4]

a) la línea de color rojo representa la energía cinética del sistema en fusión de la posición (nótese que la energía cinética más la potencial deben de sumar la energía total del sistema para que se cumpla la ley de la conservación de la energía)



b) la energía mecánica del sistema es constante, por lo tanto no tiene máximos ni mínimos
c) de nuevo llegamos a la conclusión del literal "b)" por la ley de la conservación de la energía.

4. Un burro conoce el enunciado de la tercera ley de Newton. Cuando lo ponen a jalar una carreta piensa: "¿Para qué jalo, si existe una fuerza de reacción igual en magnitud y de sentido contrario que la que yo ejerza sobre la carreta?, por tanto como la suma de estas fuerzas es cero, no tiene caso que yo haga el esfuerzo en mover la carreta. ¿Tiene razón el burro?[5]
   - No, ya que a pesar de que si existe una fuerza en sentido contrario y de igual magnitud, pero esta no está siendo efectuada sobre el mismo cuerpo, por lo tanto no se pueden sumar y a dar cero para cada cuerpo visto individualmente como afirma el burro. Visto de otra manera, el burro ejerce una fuerza sobre la carreta, y la carreta una fuerza igual pero en sentido contrario sobre el burro; pero el burro no se ejerce a si mismo esa fuerza que le ejerce a la carreta y viceversa, por lo tanto siempre hay solo una única fuerza actuando sobre cada cuerpo individualmente y dando como efecto que esta no pueda cancelarse con otra y sumar cero en total.

[4] Problema tomado de la VI OSF
[5] Olimpiada Estatal de Física, México 2003

5. Ronald y Marlon construyeron un globo de 10 centímetros de diámetro, el cual a lados opuestos tiene alas de dragón para darle vistosidad, por accidente sueltan el globo y cuando este llega a una altura de 10 metros estalla en el aire causando que las alas de dragón vuelen con una velocidad de 2m/s. formando un Angulo de 30 grados por encima de horizontal ¿a qué distancia caen las alas entre sí?
   - cada ala se desplaza del lugar de impacto una distancia "x"; para saberla planteamos:

     $$0 = h + (v_0 \sin 30)t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

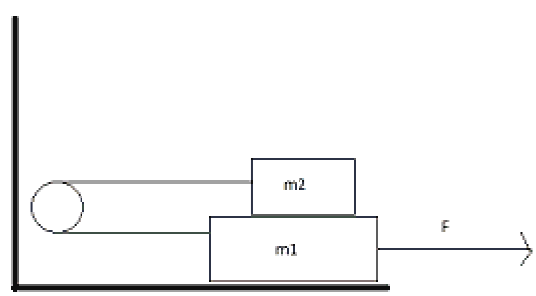
     donde h es la altura desde la que caen, y t es el tiempo que tardan en caer.
     como sabemos $x = vt$
   - despejamos t de (1), y lo colocamos en nuestra ecuación de movimiento en "x"

     $$t = \frac{-(v_0 \sin 30) \pm \sqrt{(v_0 \sin 30) + 2gh}}{g}$$

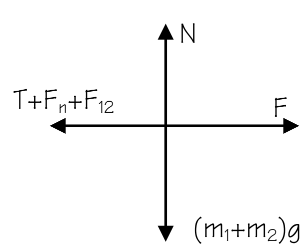
     $$t_1 = -1.33 segundos \quad ; t_2 = 1.53 segundos$$

     Tomando el valor positivo del tiempo, ya que o hay tiempos negativos, cada ala recorre, desde su punto de impacto una distancia de:
     $x = v_0 \cos 30\, t_2$
     $x = 2.66\ metros$
     la distancia de separación es de "$Diametro + 2x$" ya que cada uno estaba separada inicialmente por el diámetro y recorre
     la distancia de separación al final es de 5.4 metros

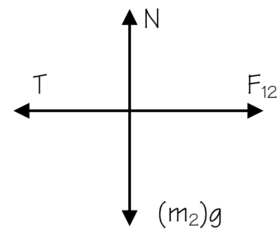
6. En la siguiente figura, se presentan 2 bloques de masa m_1 y m_2, los cuales son sometidos a una fuerza de 50N; entre los bloques, existe un coeficiente de fricción (μ_2) de 0.5, y entre bloque 1 con la mesa uno de 0.8 (μ_1).
   a) encuentre la aceleración del sistema si m_1 =2kg y m_2=1Kg
   b) si invirtiéramos el orden de los bloques, ¿cuál sería la nueva aceleración del sistema?



   a) haciendo un diagrama de cuerpo libre para cada uno de los cuerpos:
      m_1: la fuerza de fricción que hay entre el bloque 1 y el suelo se opone al movimiento de la fuerza ejercida, igual que el de la fuerza de fricción entre los 2 bloques; después tenemos que el suelo tiene que ejercer una fuerza de reacción (la normal), la cual tiene que ser igual al peso del sistema. "T" es la tensión que la cuerda ejerce al bloque.



m_2: la fuerzas para este cuerpo no incluyen la fuerza de fricción 1, ya que este bloque no está en contacto con el suelo



$$\sum F_{x1} = m_1 a = F - (\mathrm{T} + \mathrm{F_{r1}} + \mathrm{F_{r2}})$$
$$\sum F_{x2} = m_2(-a) = \mathrm{F_{r2}} - \mathrm{T}$$

(Usamos (-a) en el caso del bloque 2, ya que la aceleración del bloque 2 va en sentido contrario a la del bloque 1, sin embargo poseen la misma magnitud)

Restando ambas ecuaciones llegamos a:

$(m_1 + m_2)a = F - (\mathrm{F_{r1}} + 2\mathrm{F_{r2}})$

Como podemos ver las tensiones se nos eliminan, y la expresión nos queda en función de datos conocidos:

$\mathrm{F_{r1}} = \mu_1 \mathrm{N_1} = \mu_1(\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{g}$

$\mathrm{F_{r2}} = \mu_2 \mathrm{N_2} = \mu_2(\mathrm{m_2})\mathrm{g}$

Llegamos a:

$$a = \frac{F - [\mu_1(\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{g} + 2\mu_2(\mathrm{m_2})\mathrm{g}]}{(m_1 + m_2)}$$

$a = 5.56 m/s^2$

b) si los bloques se invierten de lugar, F_{r2} tendría un valor distinto, pero de ahí en adelante todos los datos se mantendrían igual, el cambio seria: $\mathrm{F_{r2}} = \mu_2 \mathrm{N_2} = \mu_2(\mathrm{m_1})\mathrm{g}$

Por lo tanto, aceleración quedaría:

$$a = \frac{F - [\mu_1(\mathrm{m_1} + \mathrm{m_2})\mathrm{g} + 2\mu_2(\mathrm{m_1})\mathrm{g}]}{(m_1 + m_2)}$$

$a = 2.29 m/s^2$

7. ¿Cuál de las gráficas de la figura expresa correctamente la velocidad en función del tiempo para una piedra que se lanza verticalmente hacia arriba en el instante t=0? Vuelve a tierra cuando $t = t_1$?[6]

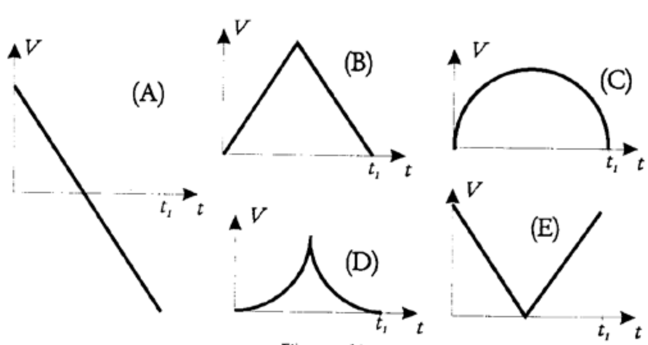


Figura 61

[6] Problema tomado de la Olimpiada Colombiana de Física 1997

Ya que la ecuación de la velocidad de la piedra en función del tiempo es una lineal de la forma: $v = v_0 - gt$ podemos decir que tiene una pendiente negativa y un intercepto en el eje positivo de las y, es decir en el eje de la velocidad en estas gráficas, por tanto la que cumple con estas características es la figura A.

8. Cierto día Miguel se encontraba descansando y a la vez lanzando una pelota verticalmente hacia arriba. Edwin al percatarse de lo que Miguel estaba haciendo decide arruinarle el juego, Edwin esta en lo alto de un edificio que se encuentra a 4m horizontalmente de Miguel; para lograra molestar a Miguel decide lanzar una pelota al mismo tiempo que Miguel pero horizontalmente con una velocidad de $4\ m/s$ para que choque durante el vuelo con la pelota de Miguel que viaja a $20\ m/s$. ¿A qué altura se encontraron las pelotas, por encima del punto de lanzamiento de Miguel? ¿Cuánto tiempo les llevo encontrarse? ¿Cuáles eran las velocidades de las pelotas justo antes del choque? Desprecie el roce con el aire.

Primero hay que observar que tipo de movimiento tendrá cada pelota al ser lanzada. La que lanza Miguel es un lanzamiento vertical y la que lanza Edwin es un tiro semiparabólico.

¿Cuánto tiempo le toma a la pelota de Edwin chocar con la de Miguel? Basta con la ecuación del movimiento horizontal.

$$x = v_{ox}t$$
$$t = x/v_{ox}$$
$$t = \frac{4m}{4m/s} = 1s$$

Ahora se necesita una ecuación del movimiento vertical de alguna de las dos pelotas, podría utilizarse la trayectoria de la pelota de Miguel, que es un tiro vertical.

$$y = u_0 t - \frac{1}{2}gt^2$$

La altura a la que se encontraran las pelotas es la altura que ha alcanzado la pelota de Miguel en el tiempo que le toma a la otra pelota estar sobre él.

$$y = 20\frac{m}{s} \cdot 1s - \frac{1}{2} \cdot 9.8\frac{m}{s^2} \cdot (1s)^2$$
$$y = 15.1m$$

La altura a la que se encontraran es de 15.1m por encima del punto de lanzamiento de Miguel.

Ahora las velocidades de cada pelota justo antes del choque son:
Para la pelota de Miguel es un movimiento únicamente vertical.

$$u = u_0 - gt$$
$$u = 20\frac{m}{s} - 9.8\frac{m}{s^2} \cdot 1s$$
$$u = 10.2\frac{m}{s}$$

Para la pelota de Edwin tiene dos componentes de velocidad una horizontal que se mantiene constante y una vertical que cambia.

$v_x = v_{ox} = 4\dfrac{m}{s}$ *y* $v_y = v_{oy} - gt$

$v_x = 4\dfrac{m}{s}$ *y* $v_y = 0\dfrac{m}{s} - 9.8\dfrac{m}{s^2} \cdot 1s$

$v_x = 4\dfrac{m}{s}$ *y* $v_y = -9.8\dfrac{m}{s}$

Por tanto la magnitud de la velocidad de la pelota de Edwin es:

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

$v = \sqrt{(4\ m/s)^2 + (-9.8\ m/s)^2}$

$v = 10.6\ m/s$

9. Un individuo de 70 kg de masa curioso observa que cuando sube o baja por un ascensor le dan ciertas sensaciones como que su cuerpo cambia de peso, entonces cierto día decide llevar una báscula a un ascensor, luego de haber consultado la aceleración y velocidad del ascensor al subir y al bajar. Al llevar a cabo la experiencia, cuando el ascensor sube con aceleración constante de $1.2\ m/s^2$ ¿cuál es la lectura de la báscula? ¿cuál es la lectura de la báscula cuando sube a velocidad constante de $3\ m/s$? ¿cuál es la lectura de la báscula cuando baja a velocidad constante de $3\ m/s$? Cuándo desciende con aceleración constante observa que la lectura de la báscula es 644 N, ¿cuál es la aceleración del ascensor?

En el primer caso cuando sube con aceleración constate la fuerza neta que experimenta el individuo es $F = ma$ *pero también se sabe que* $F = N - W$, *donde N es la normal (lectura de la báscula) y W el peso. Por tanto,* $N = F + W = ma + mg = m(a + g)$

$N = 70kg(1.2\ m/s^2 + 9.8\ m/s^2)$

$N = 770N$

En los casos que sube y baja con velocidad constante la aceleración es cero. Y se cumple igual que $F = N - W; N = F + W = ma + mg = mg; N = 70kg * 9.8\frac{m}{s^2} = 686N.$

En el último caso la fuerza neta que experimenta el individuo es $F = -ma$ *pero también se sabe que* $F = N - W$, *donde N es la normal (lectura de la báscula) y W el peso. Por tanto,* $-ma = N - mg; ma = mg - N.$

$a = \dfrac{(mg - N)}{m}$

$a = \dfrac{70kg * 9.8\frac{m}{s^2} - 644N}{70kg}$

$a = 0.6\ m/s^2$

10. Felipe un día que se encuentra aburrido lanza desde la azotea del edificio de la escuela de física tres piedras con la misma magnitud de velocidad pero con diferentes trayectorias, una la lanza verticalmente hacia arriba, otra la lanza verticalmente hacia abajo y la ultima horizontalmente. Despreciando el efecto de la fricción del aire, indique cuáles de las tres piedras llegaran al suelo con igual velocidad. Y también cuál de las tres piedras llegará al suelo con mayor rapidez.

Para la primera piedra:

Primero subirá hasta cierto punto máximo y luego bajará pasando por el punto inicial con la misma velocidad lanzada pero con dirección hacia abajo y luego llevará el mismo movimiento del tercer cuerpo, llegando al suelo con la misma velocidad que el tercero.

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Para la segunda piedra:

Caerá con velocidad inicial v_0 y ganará velocidad debido a la aceleración de la gravedad.

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Para la tercera piedra:

Su trayectoria será semiparabólica. Con velocidad en x constante igual a v_O' y en y velocidad inicial nula y al final será $v = \sqrt{2gh}$. Por tanto la velocidad con la que llegará al suelo será

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

Por tanto la primera y la segunda piedra llegan con la misma velocidad ya que tienen la misma magnitud y el mismo sentido (hacia abajo). Y las tres llegan con la misma rapidez ya que tienen la misma magnitud de velocidad.

11. Calcular el trabajo necesario para elevar un ascensor (de 150 kg de masa) con 3 personas dentro (de aproximadamente 50 kg de masa cada una) desde el parqueo hasta el segundo piso (20 m de altura).

La fuerza que se debe aplicar es igual al peso del ascenso más el de las personas

El desplazamiento es vertical, por lo que F·d=Fd ; F tiene igual dirección que d, entonces cosθ=cos0°=1

F·d=Fd

12. Mario lanza un balón, de 0.5kg de masa, desde el nivel del suelo y este alcanza una altura máxima de 2.5m.

   a. ¿Qué velocidad inicial llevaba el balón?

      Conservación de la energía F·d=Fd

      Pero U_O =0 (al lanzarse parte desde el suelo) y K_f =0 (en el punto más alto, su velocidad es cero)

      12mv02=mghmax →v0=2ghmax=2(9.8m/s2) (2.5m)=49m/s

   b. Si para lanzar el balón se necesita igual energía que para comprimir 0.5 cm un resorte, ¿qué constante de restitución posee el resorte?

$$F\cdot d = Fd \rightarrow \kappa = m\left(\frac{v}{x}\right)^2 = 0.5kg\left(\frac{49m/s}{0.005m}\right)^2 = 4.8 * 10^7 N/m$$

13. Se tiene una esfera sólida de plata, de radio $r = 5mm$ y se sabe que la densidad de la plata es $\rho Au= 10.49\times 103$ kg/m3, ¿podemos determinar cuál es la masa de dicha esfera?

Partiendo de: ρ=mV podemos fácilmente determinar la masa de dicha esfera

$\rightarrow\ m = \rho V$

No sabemos aún su volumen, pero nos dice que es esférica y conocemos su radio, por lo que utilizamos: Vesfera=43πr3

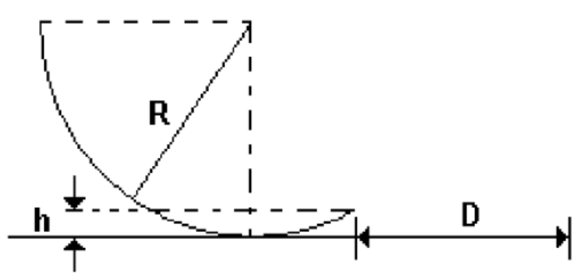
$$m = \rho V = \rho_{Au}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \left(10.49\times\ 10^3\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)\left(\frac{4}{3}\pi[5 * 10^{-3}m]^3\right) = 5.49 * 10^{-3}kg$$

O, equivalentemente, $m = 5.49g$

Problemas propuestos

1. Marlon y José estaban cierto día jugando con un balón de futbol, cuando estaban a punto de aburrimiento deciden hacer algo mejor, ya que están cerca de dos edificios que se encuentran separados por 16m, su hazaña es lanzar dos balones, uno cada quien, desde lo alto de cada edificio de alturas 4m y 12m, la gran hazaña es hacer que los balones choquen. Lo hacen de la siguiente manera, José desde el edificio más bajo lanza el balón horizontalmente con una velocidad de 8 m/s y Marlon del edificio más alto lanza el balón hacia abajo con un ángulo de 45 con la horizontal. ¿Con qué velocidad debe lanzar Marlon el balón para que estos choquen? ¿En qué coordenadas (x e y) se encuentran los balones?

2. La figura muestra el perfil de una temeraria pista de patinaje. Se trata de un arco de circunferencia de radio R=8.0 m que finaliza a una altura h= 1.5m, sobre el nivel del suelo. Si el patinador parte del reposo, desde la parte más alta de la pista, ¿a qué distancia del final de la pista, cae?[7]



3. Bill quiere saber si es cierto que existe la fuerza de fricción con el aire; para eso deja caer una moneda desde el 27avo piso de la torre futura y dice "si no existiera fuerza de fricción, cuando esta moneda pase exactamente por el piso 10, habrán pasado 3.5 segundos". Pero no fue así,

[7] Olimpiadas de Física de Uruguay, Primera Prueba 2008

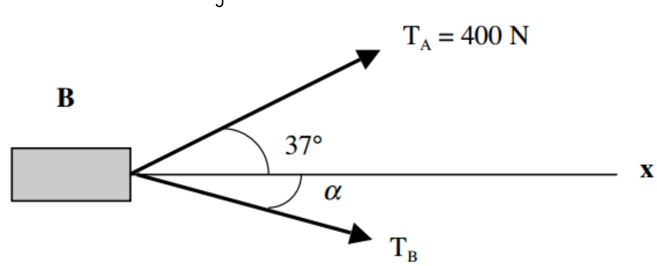
sino que tardo exactamente un segundo más de lo que esperaba, comprobando que si existe dicha fuerza. si la moneda tiene una masa de 25 gramos:

a) ¿cuánto es la fuerza media que el aire ejerce sobre la moneda?
b) ¿cuánto mide el edificio si cada piso es en promedio del mismo tamaño?
c) ¿cuánto tardará en llegar al suelo la moneda, si la fuerza media que ejerce el aire en la moneda no cambia significativamente?

4. Dos arqueras, Penny y Vicky, pueden tirar flechas 35 millas por hora, primero tira Vicky y eleva el arco a 15 grados de altura y hace que pegue justo en el blanco, que está a la misma altura que ella; Penny al ver esto decide hacer la misma hazaña, pero al doble de distancia. ¿Con qué ángulo tiene que lanzar la flecha Penny para dar justo en el blanco también?

5. Juan es un joven estudiante que por las tardes trabaja con su tío en una construcción, además es un joven con mucho interés en la física, sabe unas cuantas cosas de la materia. Cierto día empujando una carreta experimental tomo unos datos para analizarlos en su casa, con estos datos llego a que cuando empujaba una cubeta (con algunos materiales dentro de ella) con una fuerza de 10N esta experimentaba una aceleración de 2 m/s^2 , si lo hacía con una fuerza de 20 N, su aceleración era de 6 m/s^2. Entonces se planteó como problema unas interrogantes:
   a) ¿Por qué la cubeta no se movía libremente al aplicarle la fuerza?
   b) ¿Cuál es el valor de la fuerza de fricción?
   c) ¿Cuál era la masa de la cubeta (junto con lo que contenía)?

6. Un barco es conducido por dos remolcadores como se muestra en la figura. Determina el valor de la tensión mínima, así como la dirección en la que se debe aplicar por el remolcador "B" para que el barco se mueva en la dirección del eje x.[8]



7. Demostrar que el trabajo para elevar un cuerpo una altura h utilizando un plano inclinado sin rozamiento es el mismo que al elevarlo verticalmente a esa altura.[9]

8. Desde una cierta altura dejamos caer un cuerpo y llega al suelo con velocidad v1; si en vez de abandonarlo lo lanzamos verticalmente hacia abajo con velocidad v2, ¿con qué velocidad llega al suelo?

[8] Problema tomado de Primera etapa 18□Olimpiada Metropolitana de Física, México.
[9] Problemas 7 y 8 tomados de [4]

9. La densidad del oro es de $19.3\square10^{3}$ kg/m^3. Una vendedora afirma que todas las cadenas que vende son de oro, Alicia le compra una cadena, con las siguientes características: un espesor promedio de 6mm, una longitud de 45cm, con sección transversal de 5mm, además determina que la masa es de 0.15kg. ¿Le vendieron oro puro?

BIBLIOGRAFÍA

[1] Física Universitaria, Volumen 1. Decimosegunda edición, Young, Hugh D. y Roger A. Freedman, Pearson Educación, México 2009. Capítulo 2.
[2] Fundamentals of physics.-8th ed., Extended/David Halliday, Robert Resnick, Jearl Walker; John Wiley & Sons, Inc. 2008. Capítulo 2.
[3] Física Vol. I. Cuarta Edición (Tercera en Español), Resnick, Halliday & Krane. Compañía editorial Continental. México, 1999
[4] Física General, Santiago Burbano de Ercilla, editorial Tebar.

Sitios web de donde fueron tomadas algunas imágenes:

- (Pollo corriendo) http://www.bigstockphoto.com/es/image-48666077/stock-vector-pollo-corriendo-a-toda-prisa?&video=2
- (Fuente de agua) http://pixabay.com/es/el-agua-fuente-juego-jugando-papel-48692/
- (Faro) http://bunkerpop.mx/bunker-neta/10-inventos-que-mataron-a-sus-creadores/
- (Trampolín) http://articulo.mercadolibre.com.mx/MLM-476158388-brincolin-trampolin-tumbling-tombling-24-m-8ft-_JM
- (Tiro-parabólico) http://galia.fc.uaslp.mx/~medellin/Applets/Tiro/Tiro.htm

Nota: Gran parte del material es elaborado completamente por los autores del presente documento.

Por: Lic. Aida Mendieta, Prof. Josué Castillo, Ignacio Oliva, Alexander Merlos, Julio Chorro, Amanda Nerio, Valerie Domínguez, Miguel Castro, Prof. Bryan Escalante, Guillermo Rivera, René Villela y Mario Alvarado.

Enero de 2016