SEGUNDA OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICA
El SALVADOR 2002

EL MINISTERIO DE EDUCACION Y LA UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR INVITAN A LOS JOVENES DEL SISTEMA EDUCATIVO A PARTICIPAR EN LA **SEGUNDA OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICA 2002,** DE ACUERDO A LAS SIGUIENTES BASES DE COMPETENCIA:

- Podrán participar todos los estudiantes inscritos en el Sistema Educativo.
- La prueba se realizará en tres niveles
  NIVEL I.........estudiantes de 6º, 7º
  NIVEL II.......estudiantes de 8º, 9º
  NIVEL III......estudiantes de 1º, 2º bachillerato.
- Se tomará en cuenta la participación de un estudiante sólo en el caso que los problemas resueltos sean del nivel correspondiente o bien de un nivel superior. En tal sentido es posible la participación de niños/as de Primer Ciclo de Educación Básica.
- Se aceptará la participación del estudiante con soluciones parciales de las pruebas.
- La participación de un estudiante únicamente tendrá validez si su prueba es el resultado de su propio esfuerzo, es decir, sin la colaboración de persona alguna. Puede sin embargo, utilizar toda la Bibliografía e información que esté a su disposición.
- Las 100 mejores participaciones de cada nivel, deberán asistir a una prueba presencial a realizarse en la Escuela de Matemática de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad de el Salvador, el día 30 de abril de 2002
- Los 50 mejores de la Prueba presencial serán automáticamente incorporados al Programa FUTUROS DIRIGENTES TECNICO CIENTIFICOS DE EL SALVADOR, versión 2002. (FDTC-2002)

OBJETIVOS

- Promover el aprendizaje de la Matemática en el País.
- Identificar los niños/as y jóvenes que evidencian potencial en la Ciencia Matemática.
- Incorporar a los seleccionados al programa FDTC-2002, evento a realizarse del 09 de Noviembre al 15 de diciembre del año 2002.
- Incorporar a los seleccionados al Programa de la Academia Sabatina, que se desarrolla en la Escuela de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de El Salvador, en la cual se desarrollan cursos preparatorios sobre resolución de problemas con el objeto de participar en competencias de carácter internacional.

PROCEDIMIENTO DE PARTICIPACION EN LA PRIMERA OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMATICA 2001

- El alumno realizará su examen en las fechas comprendidas entre el 21 y 28 de abril.
- Cada punto desarrollado deberá entregarlo en hojas separadas, numeradas y con su nombre.
- La prueba deberá ser entregada en las Direcciones Departamentales del Ministerio de Educación. La fecha límite de entrega es el 30 de abril de 2002; deberá llevar el examen en un sobre manila tamaño carta, el cual deberá contener en la carátula y en una página al interior del sobre, todos los datos del estudiante, éste será revisado para determinar el total de itemes efectuados, luego será sellado y firmado, por la persona responsable del MINED, entregándole enseguida una constancia de recibido.

Los datos que deben proporcionarse son los siguientes:

Datos del estudiante:

- Primer nombre
- Segundo Nombre
- Primer Apellido
- Segundo Apellido
- Fecha de nacimiento: Día----------- Mes-----------Año-------
- Grado que estudia
- Lugar de vivienda:
  Departamento
  Municipio
- Sector

- Dirección

- Nombre del responsable (Padre o Madre)
- Teléfono

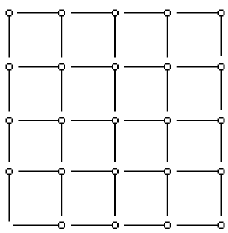
Datos del Centro Educativo

- Nombre
- Modalidad
- Dirección
- Teléfono
- Profesor responsable
- Dirección
- Teléfono

PRUEBA DE PRIMER NIVEL

PROBLEMA 1

Con cerillos se forma la siguiente figura:



La figura tiene 16 cuadrados de 1x1, 9 cuadrados de 2x 2
4 cuadrados de 3x3 y un cuadrado de 4x4.
Determinar el mínimo número de cerillos que hay que quitar para que la figura resultante no tenga cuadrado alguno, de ningún tamaño.

PROBLEMA 2

Seis personas tratan de adivinar el número de piedras que hay en una caja. Ana dice que hay 52 piedras, Beatriz dice 59, Carla dice 62, Daniel 65, Enrique 49 y Federico 42. Todos se equivocaron, algunos dijeron de mas y otros de menos y sus errores fueron 1, 4, 6, 9, 11 y 12 en algún orden, pero no se sabe quien cometió cada error.
Determinar cuántas piedras hay en la caja y que error cometió cada persona.

PROBLEMA 3

En el tablero de abajo quedan 6 casillas vacías. Escribir en cada una de esas 6 casillas, un número distinto de cero de tal forma que al multiplicar los tres números en una fila, en una columna o en diagonal, el resultado sea siempre el mismo.

	9	**5**
1		

PROBLEMA 4

Se consideran los números naturales menores que 1000 y que tienen la propiedad de poseer exactamente tres divisores. Demuestre que el producto de todos ellos es un cuadrado perfecto.

PROBLEMA 5

Demuestre que dados cuatro puntos no alineados, los cuatro posibles triángulos que se pueden formar con dichos puntos, no pueden ser todos acutángulos.

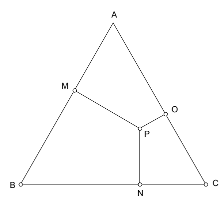
PRUEBA DE SEGUNDO NIVEL

PROBLEMA 1

Probar que si a y b son impares, la suma de sus cuadrados, no puede ser cuadrado.

PROBLEMA 2

Desde un punto interior P de un triángulo equilátero ABC se trazan perpendiculares a cada uno de sus lados determinando en estos, los puntos M, N, O.
Demostrar que la suma de las distancias PM, PN y PO independientemente del punto P elegido, es constante.



PROBLEMA 3

Demostrar que la ecuación $x^5 + x = 10$ no tiene raíces racionales.

PROBLEMA 4

Se sabe que el cuadrado de un número termina en 09. Demostrar que en dicho cuadrado el dígito de los enteros es par.

PROBLEMA 5

Sea ABC un triángulo rectángulo en C. Sobre la hipotenusa AB se construye el cuadrado ABDE, exterior al triángulo. La bisectriz del ángulo en C intercepta DE en el punto F. Si AC= 1 y BC = 3, hallar la razón $\frac{DF}{EF}$.

PRUEBA DE TERCER NIVEL

PROBLEMA 1

Algunos números naturales pueden ser escritos como suma de números naturales consecutivos.
Por ejemplo: 5= 2+3, 6= 1+2+3, 10 =1+2+3+4 25=3+4+5+6+7. Sin embargo esto no es posible con todos los números naturales.
Determine con que números no es posible y demuestre tal imposibilidad.

PROBLEMA 2

Demostrar que la ecuación $2^2 + 2^5 + 2^j$ es un cuadrado perfecto únicamente para el caso j = 6.

PROBLEMA 3

Se tienen los números del 1 al 100 y cada uno de ellos es pintado de uno de los cuatro colores rojo, azul, amarillo o verde. Demuestre que hay dos números del mismo color, cuya diferencia es también del mismo color.

PROBLEMA 4

ABCD es un trapecio, ABIE es un paralelogramo donde E es el punto medio de AD; los punto G y H son los de intersección del segmento EI con las diagonales del trapecio.
Demuestre que si $\frac{AB}{FI} = 2001$, entonces $\frac{DC}{EH} =$ 1999.

PROBLEMA 5

Determina todas las soluciones enteras de la ecuación $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$