V OLIMPÍADA NACIONAL DE MATEMÁTICA El SALVADOR 2005

MINED
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
GOBIERNO DE EL SALVADOR

Universidad de El Salvador
Hacia la libertad por la cultura

EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y LA UNIVERSIDAD DE EL SALVADOR INVITAN A LOS JÓVENES DEL SISTEMA EDUCATIVO A PARTICIPAR EN LA QUINTA OLIMPÍADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

✎ ACERCA DE LA OLIMPÍADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

La Olimpíada Nacional de Matemática es un evento que se desarrolla anualmente, promoviendo el gusto por la ciencia en general y la Matemática en particular; fomentando en los niños y jóvenes del país el pensamiento creativo e ingenioso, el que exige la reflexión profunda. Los problemas que se proponen no requieren más conocimientos que los establecidos en los programas oficiales del nivel correspondiente; exigen sí, mucha creatividad e ingenio. Las experiencias previas han evidenciado que nuestros niños y jóvenes son capaces de enfrentar con éxito este tipo de problemas y una vez incorporados al programa de Jóvenes Talentos, logran altos niveles de excelencia. Esta línea de trabajo puede permitir la generación de cuadros altamente capacitados, cuyo aporte futuro será importante para alcanzar niveles superiores de desarrollo científico y tecnológico, tan indispensable para el desarrollo de la sociedad salvadoreña. El compromiso de todos nosotros, maestros del sistema educativo, es el de descubrir y alentar a los estudiantes más destacados para que desarrollen todo su talento. Invitamos a los profesores del sistema educativo nacional a motivar ***a los estudiantes sobresalientes*** de su institución, para que trabajen los problemas propuestos y envíen sus soluciones en el plazo establecido.

✎ DE LA PRUEBA

La prueba será administrada en tres niveles, de acuerdo a la siguiente correspondencia: la de nivel uno está diseñada para estudiantes de quinto y sexto grado de nuestro sistema educativo; el nivel dos está dedicado a estudiantes de séptimo y octavo grado; para los estudiantes de noveno grado y bachillerato se aplicará la de nivel tres. Será permitida la participación de estudiantes en la prueba que corresponde a su nivel educativo o a un nivel superior.
En ningún caso se tomarán en cuenta soluciones a problemas propuestos en un nivel inferior al nivel educativo del estudiante.

- **No habrá restricciones a la participación de estudiantes que pertenezcan a un grado inferior al quinto.**
- La participación de todo estudiante será válida únicamente si el desarrollo de la prueba es producto sólo de su propio esfuerzo. Puede, sin embargo, hacer uso de toda la bibliografía impresa y electrónica de que disponga.
- Cada punto desarrollado deberá ser entregado en hojas separadas, numeradas y con su nombre. Si lo considera conveniente, el estudiante puede agregar las hojas utilizadas como borradores de trabajo.
- Para la solución de los problemas de esta prueba, lo fundamental será la argumentación utilizada para lograrla. En tal sentido, aquellas participaciones en las que sólo aparezcan las respuestas, no serán tomadas en cuenta. Para los problemas de geometría, no serán válidas las soluciones obtenidas como resultado de medir directamente en los gráficos.
- Se evaluarán soluciones parciales a los problemas.
- Para la participación en la Olimpíada no es indispensable enviar la solución de los 5 problemas del nivel correspondiente.
- Las soluciones a cada uno de los problemas deberán estar redactadas con la mayor claridad, sin tachaduras y lo más aseado posible.
- Las soluciones deberán ser redactadas con bolígrafo o pluma. No se aceptarán soluciones a lápiz.

✎ PROCEDIMIENTO DE PARTICIPACIÓN EN LA QUINTA OLIMPÍADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

El alumno deberá resolver los problemas de la prueba del nivel o niveles que escoja en el período del 20 al 28 febrero y entregar los resultados en las oficinas de la Dirección Departamental correspondiente del Ministerio de Educación, a más tardar el día 1 de marzo, a las 4:00 p.m. Las soluciones e información pertinentes deberán ser presentadas en un sobre de papel manila, que contendrá todos los datos del estudiante en la carátula del sobre y en una página dentro del sobre. *Este será revisado para determinar el total de problemas resueltos y será sellado y firmado por la persona responsable del MINED, quien entregará constancia del material recibido. El estudiante podrá solicitar la colaboración de sus profesores y/o del Director de la Institución para hacer llegar su examen a la Dirección Departamental correspondiente dentro del plazo previsto.*

✎ LOS DATOS QUE DEBEN PROPORCIONARSE SON LOS SIGUIENTES:

DATOS DEL ESTUDIANTE: Primer nombre, segundo nombre, primer apellido, segundo apellido, fecha de nacimiento: día, mes y año, grado que estudia, lugar de vivienda, departamento, municipio, sector(urbano o rural), dirección, nombre de la persona responsable, teléfono.

DATOS DEL CENTRO EDUCATIVO: Nombre, modalidad, dirección, teléfono, profesor responsable: dirección y teléfono.

✎ ACERCA DE LA PRUEBA PRESENCIAL:

Las mejores participaciones de cada nivel, deberán efectuar una prueba presencial en la Escuela de Matemática de la Facultad de Ciencias Naturales y Matemática de la Universidad de El Salvador, el día 2 de abril del presente año, para lo cual los concursantes clasificados serán notificados directamente.

✎ INGRESO AL PROGRAMA JÓVENES TALENTOS:

Las mejores participaciones de la prueba presencial, ingresarán a partir del sábado 16 de abril a la Academia Sabatina del Programa Jóvenes Talentos que el Ministerio de Educación desarrolla en cooperación con la Universidad de El Salvador, Facultad de Ciencias Naturales y Matemática y el Center for the Advancement of Hispanics in Science and Engineering Education, con sede en Washington D.C.

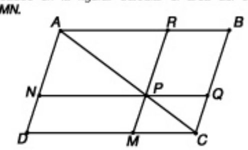
PRUEBA DE PRIMER NIVEL

PROBLEMA 1

Un número de tres cifras es "equilibrado" si una de sus cifras es el promedio de las otras dos, por ejemplo el **258** es equilibrado pues $5 = \frac{2+8}{2}$, también **243** es equilibrado porque $3 = \frac{2+4}{2}$.
¿Cuántos números equilibrados de tres cifras hay?

PROBLEMA 2

ABCD es un paralelogramo. ***P*** es el punto de la diagonal ***AC*** tal que ***AP*** es el doble de ***PC***. Se trazan por ***P*** paralelas a los lados del paralelogramo. Estas paralelas interceptan a los lados del paralelogramo en los puntos ***M, R, N,*** y ***Q*** indicados en la figura. Calcular el área del cuadrilátero ***RQMN***.

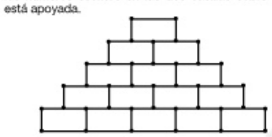


PROBLEMA 3

Hallar la cantidad de números naturales tales que ninguno de sus dígitos es **1** y el producto de todos sus dígitos es **48**.

PROBLEMA 4

Escribir en cada casilla de la pirámide un número natural mayor o igual que **1** de modo que:
- La casilla superior tenga escrito el número **317520**.
- El número escrito en cada casilla sea igual al producto de los números escritos en las dos casillas sobre las que está apoyada.



PROBLEMA 5

Considerar una fila de **5** sillas numeradas del **1** al **5**. Una persona se sienta en la silla número **1**. Un movimiento consiste en pararse y sentarse en una de las sillas que tiene a la par. Por ejemplo, si está en la silla **1** sólo puede sentarse en la silla número **2**, de igual manera si está en la silla **5** sólo puede sentarse en la silla **4**, pero si está en cualquier otra tiene dos posibilidades. Realiza la persona **19** movimientos y luego se eliminan las sillas **1** y **5**. Finalmente hace **99** movimientos más, ¿En qué silla terminó sentada?

PRUEBA DE SEGUNDO NIVEL

PROBLEMA 1

El primer número de una secuencia es **2005.** El próximo número es obtenido de la siguiente manera: calculamos el cuadrado del número anterior, luego sumamos los dígitos de este cuadrado y a este resultado le sumamos **1**. Para el caso del segundo número de la secuencia los cálculos son:

$$2005^2 = 4020025;$$
$$4+0+2+0+0+2+5 = 13;$$

y el segundo número de la secuencia es **14**. Repetimos este proceso: $14^2 = 196$; $1+9+6 = 16$, y el tercer número es **17**. Continuando con este proceso ¿Cuál es el número que ocupa la posición **2005**?

PROBLEMA 2

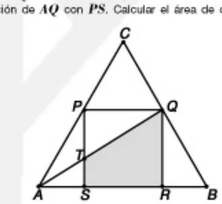
Listamos los enteros positivos de **1** a n. De esta lista borramos el entero m y calculamos la media aritmética de los $(n-1)$ enteros restantes. Si el valor obtenido de la media aritmética es $\frac{134}{11}$, determinar el valor de n y m.

PROBLEMA 3

Calcular cuántos números distintos de seis cifras se pueden escribir con las cifras **1, 1, 1, 1, 1, 2, 3, 4, 5**. Si se ordenan en forma creciente, ¿qué lugar ocupa **115432**?

PROBLEMA 4

En la figura adjunta ABC es un triángulo equilátero tal que el cuadrado $PQRS$ inscrito en él, tiene de lado **5**. Sea T la intersección de AQ con PS. Calcular el área de cuadrilátero $QRST$.



PROBLEMA 5

En una cuadricula de dimensión **10 x 10** están escritos los números del **1** al **100**, de la siguiente manera: en la primera fila de izquierda a derecha, los números del **1** al **10** escritos en forma ascendente; en la segunda fila, de forma similar, están escritos los números del **11** al **20** y así sucesivamente. En cada fila y en cada columna se marca con un signo negativo a tres de los números de forma tal que en cada fila y en cada columna existan tres números negativos y siete positivos; luego sumamos todos los números de la cuadricula. Encontrar ***todos los posibles valores*** de esta suma.

PRUEBA DE TERCER NIVEL

PROBLEMA 1

¿Para qué valores de a es $(5a+1)(3a+2)$ divisible por **15**?

PROBLEMA 2

De los números enteros positivos de cuatro cifras que son múltiplos de **9**. ¿Cuántos hay que tienen todas sus cifras distintas de cero y distintas entre si?

PROBLEMA 3

Un cuadrado de lado **5** se divide en **25** cuadrados unidad por rectas paralelas a los lados. Sea ***A*** el conjunto de los **16** puntos interiores, que son vértices de los cuadrados unidad, pero que no están en los lados del cuadrado inicial. ¿Cuál es el mayor número de puntos de ***A*** que es posible elegir de manera que **TRES** cualesquiera de ellos NO sean vértices de un triángulo rectángulo isósceles?

PROBLEMA 4

En un paralelogramo ***ABCD***, ***BC = 2AB***. La bisectriz del ángulo ***B*** corta a la prolongación del segmento ***CD*** en ***Q*** y la bisectriz del ángulo ***A*** corta al segmento ***BD*** en ***M*** y al segmento ***BC*** en ***P***. Si ***PQ = 6***, hallar la longitud del segmento ***MB***.

PROBLEMA 5

Encontrar el número de formas de escribir enteros no negativos en cada casilla de un tablero de dimensión **n x n**, de modo que la suma de los números en cada fila y cada columna sea igual a **3** y en cada fila y en cada columna sólo haya uno o dos números diferentes de cero.

Calidad de la Educación — Un Desafío de Todos