



# XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

PRUEBA PRESENCIAL - OCTAVO GRADO

9 DE MARZO DE 2019

— PARTE I: Las siguientes diez preguntas únicamente requieren la respuesta. —

## Pregunta 1

Determinar el valor de

$$\frac{2019 - 2018 + 2017 - 2016 + \dots + 1}{2020}$$

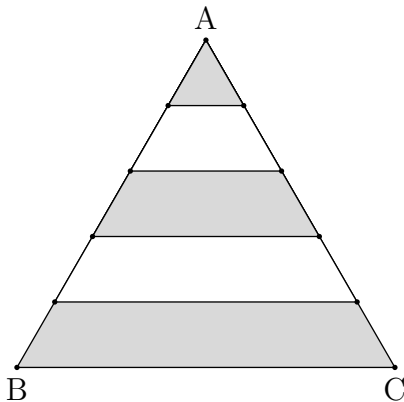
- a  $\frac{1}{4}$      
  b  $\frac{1}{2}$      
  c 1     
  d 1.5     
  e 2

## Pregunta 2

En el país de los colores, un billete verde equivale a 5 billetes rojos; un billete azul, a 10 billetes verdes; uno amarillo, a 3 azules; y uno morado a 5 azules. Determinar a cuántos billetes rojos equivalen 5 billetes amarillos más 5 billetes morados.

- a 750     
  b 1250     
  c 2000     
  d 2500     
  e Ninguna de las anteriores

## Pregunta 3



Los lados AB y AC de un triángulo equilátero ABC se dividen en 5 partes iguales. Luego se trazan 4 líneas uniendo los puntos que dividen estos segmentos, como se muestra en la figura. Determinar el valor del área sombreada si se sabe que el área total del triángulo ABC es de 25 unidades.

- a 10  
 b 12  
 c 15  
 d 18  
 e 20

## Pregunta 4

En el perímetro de un terreno rectangular de 420 metros de largo por 300 metros de ancho se quiere colocar postes igualmente espaciados. Determinar la menor cantidad de postes necesarios para lograr este objetivo, si se sabe además que en cada esquina debe de colocarse uno de los postes.

- a 20     
  b 24     
  c 26     
  d 28     
  e 48

## Pregunta 5

Fernando, Federico y Francisco tienen 2019 canicas en total. Fernando le da la mitad de las suyas a Federico, y luego de esto, Federico le da un tercio de las que tiene a Francisco. Fernando se da cuenta que si Federico le da una canica más a Francisco, todos tendrían la misma cantidad de canicas. Determinar la cantidad de canicas que tenía Francisco antes de que empezaran a repartírselas.

- a 335     
  b 336     
  c 338     
  d 673     
  e No se puede determinar

## Pregunta 6

Determinar de cuántas formas se puede repartir los números del 1 al 20 en cuatro grupos distintos (sin repetición) de tal forma que la suma de los números en cada grupo sea la misma. Nota: no es necesario que cada grupo tenga la misma cantidad de números.

- a De una sola forma     
  b De cuatro formas     
  c De 20 formas     
  d No puede hacerse     
  e No se puede determinar

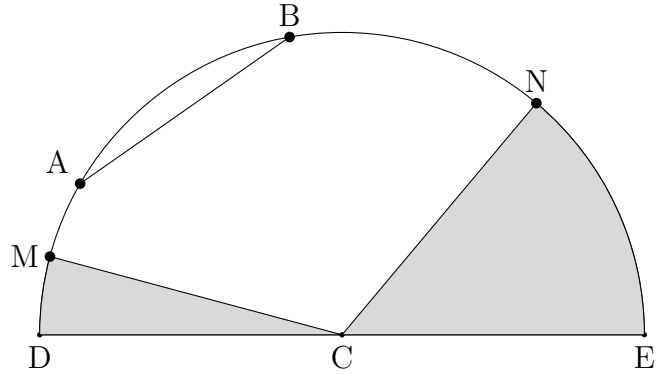
### Pregunta 7

Juan, Luisa, Pablo y María están sentados en ese orden formando una línea recta. Empezando de izquierda a derecha, Juan dice el número 2019, luego Luisa dice el 2018, Pablo el 2017, María el 2016, y en ese momento cambian de dirección. Sin que María repita, Pablo continúa diciendo el número 2015 hasta que llega nuevamente el turno de Juan, y la dirección vuelve a cambiar. Los cuatro continúan haciendo esto hasta que el último dice el número 1. Determinar quién de los cuatro dirá el número 1.

- a) Juan       b) Luisa       c) Pablo       d) María       e) No se puede determinar

### Pregunta 8

Sobre el semicírculo con centro en  $C$  y de radio 1 se seleccionan dos puntos cualesquiera  $A$  y  $B$  del perímetro de tal forma que el segmento de recta  $AB$  mide 1. Luego se definen los puntos  $M$  y  $N$ , que corresponden a los puntos medios de los arcos  $DA$  y  $BE$ , respectivamente. Determinar el valor del área sombreada.



- a)  $\frac{\pi}{12}$        b)  $\frac{\pi}{6}$        c)  $\frac{\pi}{3}$        d)  $\frac{\pi}{2}$        e)  $\pi$

### Pregunta 9

Un grupo de personas asiste a una fiesta. A la mitad de ellas no les gusta bailar, así que nunca entran a la pista de baile. Del resto, 20 personas se retiran de la fiesta a las 10:00 de la noche, y media hora más tarde, un tercio de los bailarines restantes también se retira. Cinco de ellos dejan de bailar a las 11:00pm, dejando a cuatro parejas bailando y a uno que baila solo, pues es el encargado de poner la música. Determinar el número de personas en el grupo que asiste a la fiesta.

- a) 70       b) 82       c) 100       d) 124       e) 164

### Pregunta 10

El promedio de 11 números es igual a 10. El primero de los números se incrementa en 1, el segundo en 2, el tercero en 3, y así sucesivamente hasta que el decimoprimer número es incrementado en 11 unidades. Determinar el promedio de los números luego de realizar estos incrementos.

- a) 10       b) 16       c) 32       d) 60       e) 66

— **PARTE II:** *Los siguientes dos problemas requieren soluciones con justificaciones completas.* —

### Problema 1

Margarita quiere escribir todos los números enteros positivos de cuatro cifras que comienzan con 2 y tienen por lo menos tres dígitos iguales. Determinar cuántos números tendrá que escribir Margarita.

### Problema 2

Un hexágono regular y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro. Determinar la razón entre el área del hexágono y el área del triángulo. (Se entiende por razón entre un número  $A$  y un número  $B$  al cociente  $A/B$ )