



XIX OLIMPIADA NACIONAL DE MATEMÁTICA

NOVENO GRADO

SÁBADO 9 DE MARZO DE 2019

— PARTE I: Las siguientes diez preguntas únicamente requieren la respuesta. —

Pregunta 1

Un conductor de carreras quiere establecer un record mundial en una pista de 50km, para lo cual tiene que viajar a una velocidad promedio de 100km/hora. Debido a problemas técnicos se tarda 40 minutos en recorrer los primeros 25km, ¿a qué velocidad constante debe de recorrer el resto de la pista para alcanzar su objetivo?

- a) 100 km/hora b) 50 km/hora c) 150 km/hora d) 200 km/hora e) No es posible.

Pregunta 2

Ahora la gran maratón de 42 km se lleva a cabo en la ciudad. Se sabe que 80% de la población participó. Después de 2 km, 95% de los participantes abandonan la carrera y los restantes 2,000 alcanzan la meta. ¿Cuántos habitantes tiene la ciudad?

- a) 20,000 b) 40,000 c) 50,000 d) 80,000 e) 100,000.

Pregunta 3

Ana y Gabriel celebran sus cumpleaños con un grupo de amigos en un restaurante. Después de pedir la cuenta, deciden dividirla en partes iguales de tal manera que todos pagarían \$12. Sin embargo, en un acto de generosidad, los amigos deciden pagar por la parte de Ana y Gabriel y cada amigo paga \$16. ¿Cuántos amigos acompañaron a Ana y Gabriel?

- a) 6 b) 8 c) 10 d) 12 e) 16.

Pregunta 4

Un cilindro se forma usando dos círculos y un rectángulo de papel. Si el área de cada una de las tres piezas es π , ¿cuál es la altura del cilindro?

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{2}$ c) $\frac{1}{\pi}$ d) π^2 e) No se sabe

Pregunta 5

Un cubo de madera blanca se mete en una cubeta con pintura azul. Cuando la pintura se ha secado, el cubo se corta en 27 cubitos idénticos. ¿Cuántos cubitos tienen exactamente dos lados azules?

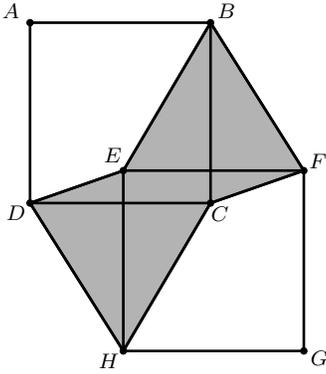
- a) 4 b) 6 c) 8 d) 10 e) 12.

Pregunta 6

Una ciudad está habitada por caballeros, quienes siempre dicen la verdad, y por bribones, quienes siempre mienten. Un periodista entrevista a 4 ciudadanos, Arturo, Bernardo, César y Dario. Arturo dice: “Bernardo es un bribón”; Bernardo dice: “De los cuatro, yo soy el único caballero”; César: “Entre Arturo y Dario hay al menos un bribón”; Dario: “Nosotros cuatro somos caballeros”. ¿Cuántos caballeros hay entre los cuatro?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4.

Pregunta 7



En la figura de la izquierda $ABCD$ y $EFGH$ son dos cuadrados iguales. El área de la región sombreada es 1. ¿Cuál es el área del cuadrado $ABCD$?

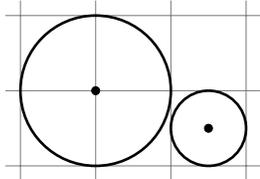
- a $\frac{1}{2}$ b $\frac{2}{3}$
 c $\frac{3}{4}$ d 1
 e Depende de la figura

Pregunta 8

¿Cuántas soluciones distintas tiene la ecuación $x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9$ en los enteros positivos?

- a 1 b 2 c 3 d 4 e Más de seis.

Pregunta 9



Dos circunferencias se dibujan en papel cuadrulado de lado 2cm, como muestra la figura. ¿Cuál es la menor distancia entre los puntos de las dos circunferencias?

- a $\sqrt{10}$ cm b 3cm
 c $(\sqrt{10} + 3)$ cm d $(\sqrt{10} - 2)$ cm
 e $(\sqrt{10} - 3)$ cm

Pregunta 10

Se quiere pintar las casillas de una tablero de 4×4 de blanco y negro, de tal manera que haya exactamente dos casillas negras y dos casillas blancas en cada fila y en cada columna. ¿De cuántas formas se puede hacer esto?

- a 36 b 54 c 72 d 90 e 120

— **PARTE II:** *Los siguientes dos problemas requieren soluciones con justificaciones completas.* —

Problema 1

Sea $ABCD$ un cuadrado de lado 1 y sean M y N puntos sobre BC y CD , respectivamente, tales que $BM = ND$. El área del triángulo AMN es $4/9$. Calcular la longitud del segmento ND .

Problema 2

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones en los reales:

$$\begin{aligned}x^2 - y &= z^2 \\y^2 - z &= x^2 \\z^2 - x &= y^2\end{aligned}$$