XXVI Olimpiada Salvadoreña de Matemática

Grados participantes: desde 3º hasta 9º grado.

Primera Fase: del 7 al 19 de septiembre de 2025.

Segunda Fase: 24 de enero de 2026.

Contacto: osm@jovenestalento.edu.sv

Información:

Organizan:

PRIMERA FASE:

La prueba será administrada para estudiantes que cursen desde tercer grado hasta noveno grado. El estudiante deberá trabajar la prueba que corresponde al grado que cursa actualmente. En ningún caso se tomarán en cuenta soluciones a problemas propuestos para un grado anterior al grado que cursa el estudiante.

La prueba está separada por niveles de acuerdo al siguiente detalle:

	Grado	**Nivel**
Grado que cursa en septiembre de 2025	Tercero	1
	Cuarto	2
	Quinto	3
	Sexto	4
	Séptimo	5
	Octavo	6
	Noveno	7

Indicaciones:

- Los estudiantes de segundo grado pueden realizar la prueba de tercer grado.
- La participación de todo estudiante será admitida únicamente si el desarrollo de la prueba es producto solo de su propio esfuerzo. Sin embargo, puede hacer uso de toda la bibliografía impresa y electrónica que disponga.
- Cada problema desarrollado deberá ser entregado en hojas separadas y numeradas. Además, cada página deberá contener el nombre y apellido completo del estudiante.
- Para la solución de los problemas de esta prueba, lo fundamental será la argumentación utilizada para lograrla. Así que aquellas **participaciones en las que solo aparezcan las respuestas no serán tomadas en cuenta**. Para los problemas de geometría, no serán válidas las soluciones obtenidas como resultado de medir directamente las figuras.
- Se evaluarán soluciones parciales a los problemas.
- Para la participación en la Olimpiada no es necesario enviar la solución de los cinco problemas del grado correspondiente.
- Las soluciones a cada uno de los problemas deberán estar redactadas con la mayor claridad, ordenadas y sin tachaduras.
- Las soluciones deberán ser redactadas con bolígrafo. **No se aceptarán soluciones a lápiz**. En ningún caso se calificarán fotocopias de soluciones. Serán anuladas todas las participaciones de quienes envíen soluciones idénticas.

PARTICIPACIÓN:

Toda la información sobre como participar se encuentra en `http://www.jovenestalento.edu.sv/matematica/`.
En este sitio se encuentran los lugares y fechas de entrega, así como indicaciones sobre cómo entregar la prueba.

REGISTRO:

Para participar es necesario registrarse en el enlace:

Los participantes deberán ingresar los siguientes datos: nombres y apellidos completos, fecha de nacimiento, grado que estudia, lugar de vivienda, departamento, municipio, sector de vivienda, dirección, Número de Identificación Estudiantil (NIE), nombre de la persona responsable, teléfono y correo electrónico. Además, deberán presentar los siguientes datos del centro educativo al que pertenecen: código y/o nombre.

ACERCA DE LA SEGUNDA FASE:

Las participaciones de la primera fase que alcancen el puntaje requerido para clasificar en cada grado deberán realizar una prueba presencial el **sábado 24 de enero de 2026**. La prueba se administrará en las sedes del Programa Jóvenes Talento.
En el sitio oficial del Programa, `http://www.jovenestalento.edu.sv`, el **sábado 15 de noviembre de 2025** se publicará el listado oficial de convocados a la segunda fase. Dicho listado incluirá información acerca del lugar y horario en el que se realizará dicha prueba.

INGRESO AL PROGRAMA JÓVENES TALENTO:

Las mejores participaciones de la segunda fase serán incorporadas al Programa Jóvenes Talento que el Ministerio de Educación organiza en cooperación con la Universidad de El Salvador. El PJT tiene diferentes componentes cuyos objetivos son descubrir y desarrollar el Talento en Matemática y Ciencias Naturales en los niveles básicos e inculcar en sus participantes la disciplina y el deseo de alcanzar altos niveles de excelencia académica, así como desarrollar en ellos capacidades de liderazgo y compromiso cívico. Dos de sus principales componentes son la **Academia Sabatina** y el internado **Futuros Dirigentes Técnicos Científicos de El Salvador**. La primera se desarrolla a lo largo del año escolar, durante 30 sábados en horario de 9:00 am a 4:00 pm; mientras que el segundo es un internado intensivo que se desarrolla al finalizar el año escolar.

La Academia Sabatina tiene la doble función de preparar en cursos básicos de Matemática y Ciencias Naturales al estudiante para que aproveche mejor el evento de fin de año y además, preparar a un grupo selecto para competir en olimpiadas internacionales de Matemática, Astronomía, Biología, Física, Informática y Química.
La nómina de estudiantes seleccionados para pertenecer al Programa Jóvenes Talento será publicada en `http://www.jovenestalento.edu.sv` el **martes 17 de marzo de 2026** por la tarde. La Academia Sabatina 2026 se inaugurará el sábado **21 de marzo de 2026** con clases presenciales durante los turnos matutino y vespertino.

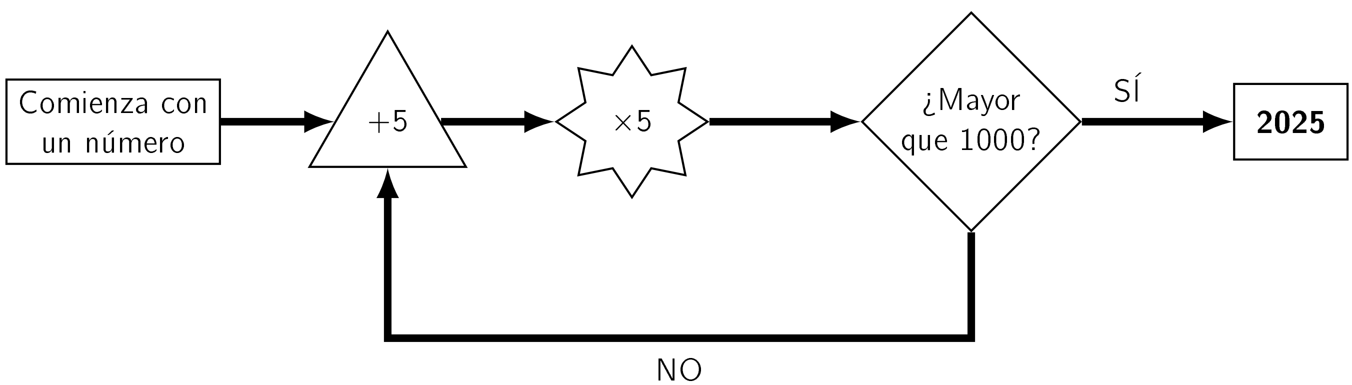
Nivel 1

Problema 1

La esposa de Ricardo celebrará los cumpleaños de Ricardo y de su hija. Este año Ricardo cumple 31 y su hija 13, así que la esposa solo necesita comprar dos números, el número 1 y el 3, para celebrar ambos cumpleaños. Determinar cuántos años deberán transcurrir para que la esposa de Ricardo pueda volver a celebrar ambos cumpleaños comprando únicamente dos números.

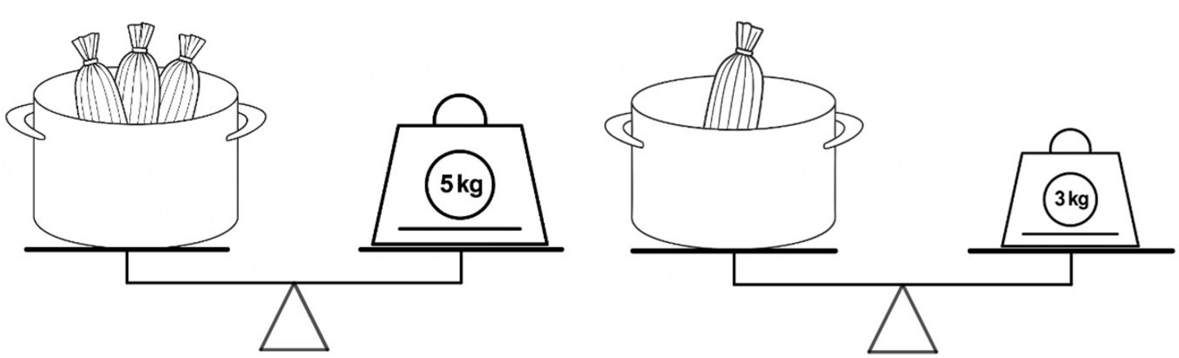
Problema 2

Antony sigue las siguientes indicaciones: Elige un número, luego le suma 5 unidades y al total obtenido lo multiplica por 5 hasta llegar a la interrogante mostrada en la figura, en el caso de que el número obtenido sea mayor que 1000 su proceso termina, caso contrario, vuelve al paso de sumarle 5 unidades y repite nuevamente el procedimiento.
Si el número obtenido al finalizar el proceso fue 2025, determinar con cuál número del 1 al 10 inició Antony.



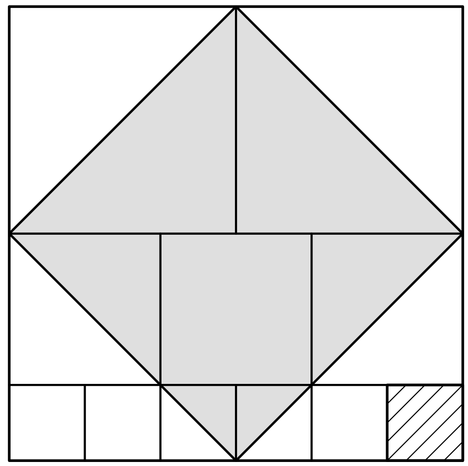
Problema 3

Utilizando una balanza, se sabe que tres tamales colocados en un depósito metálico se equilibran perfectamente con un objeto de 5 kg. Si se retiran dos tamales del depósito, lo que queda se equilibra con otro objeto de 3 kg como se muestra en la figura. Calcular con cuántos kg se equilibraría el depósito metálico sin ningún tamal.



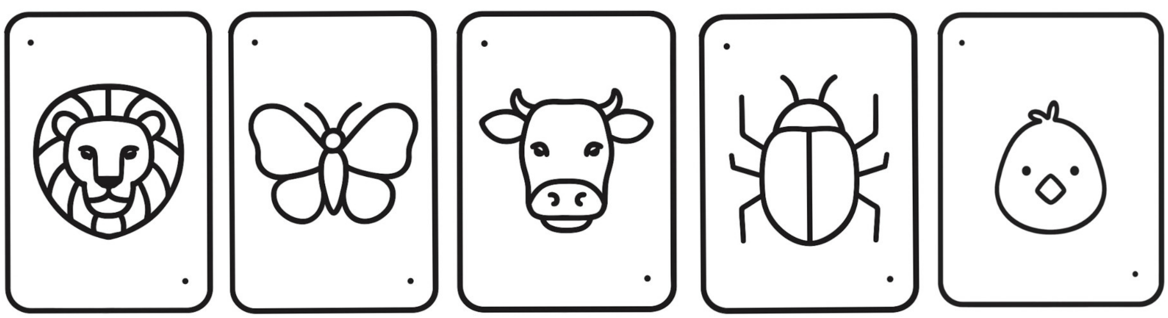
Problema 4

En la siguiente figura el área rayada es 1 cm^2. La figura está formada por dos cuadrados grandes, tres cuadrados medianos y seis cuadrados pequeños. Calcular el área sombreada.



Problema 5

Carlos tiene tarjetas con cinco diferentes figuras de animales que esconden a los números del 1 al 5, correspondiéndole un número distinto a cada una.

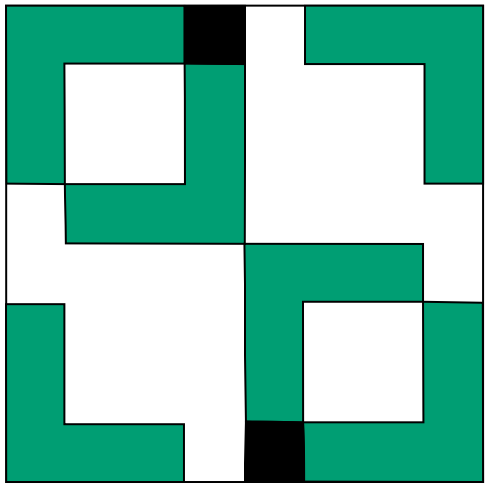


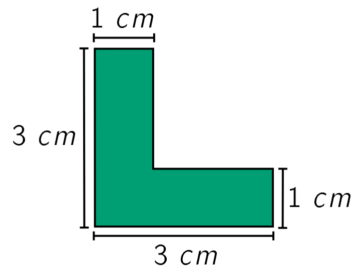
Al juntar las tarjetas del león y la mariposa, la suma de los números que esconden es 7. La misma suma se obtiene con la mariposa, la vaca y el escarabajo, así como con el escarabajo y el pollito. Determinar la suma de los números que esconden la mariposa y el escarabajo.

Nivel 2

Problema 1

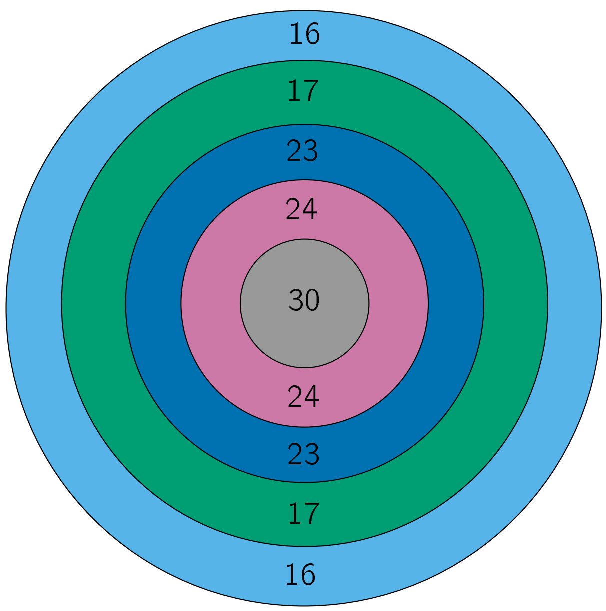
En la figura se muestra un cuadrado de lado 8 cm, en cuyo interior se han colocado varias piezas idénticas con forma de "L". Determinar el área en blanco de la figura.





Problema 2

En un juego de tiro al blanco, cada aro tiene un puntaje distinto, como se muestra en la figura. Un jugador puede realizar la cantidad de lanzamientos que desee y los puntos obtenidos se van acumulando. Determinar la menor cantidad de tiros que se necesitan para alcanzar exactamente 100 puntos.



Problema 3

Una rana quiere recorrer 12 piedras numeradas del 1 al 12. Inicia en la piedra 1 y finaliza en la piedra 12, siguiendo estas reglas:

- El primer salto puede ser a cualquier piedra; después, siempre debe saltar a una piedra con un número mayor.

- Después del primer salto, solo puede saltar si el número en el que está y el número al que salta, tienen un divisor común mayor que 1.
- La rana realiza exactamente 3 saltos.

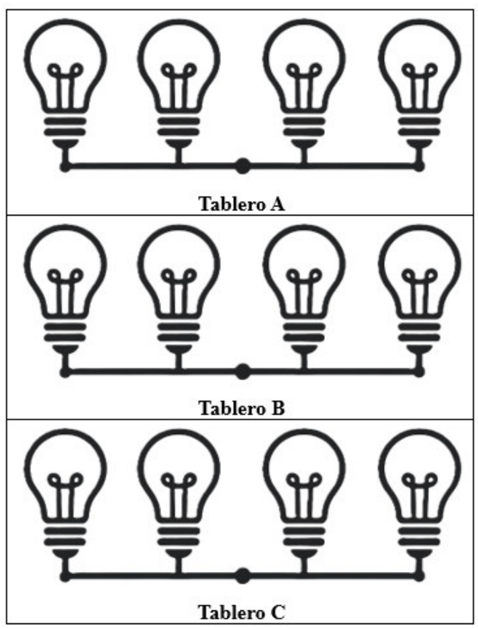
Determinar todos los recorridos diferentes que puede hacer la rana.

Problema 4

Se tienen tres tableros electrónicos: A, B y C. Cada tablero cuenta con cuatro focos que se encienden uno a uno, de izquierda a derecha. El comportamiento de cada tablero es el siguiente:

- El Tablero A enciende su primer foco durante 2 segundos, luego lo apaga y enciende el siguiente. Este proceso continúa hasta el cuarto foco, tras lo cual se reinicia desde el primero.
- El Tablero B enciende su primer foco durante 3 segundos, luego lo apaga y enciende el siguiente. Al finalizar el cuarto foco, el ciclo vuelve a comenzar.
- El Tablero C enciende su primer foco durante 5 segundos, luego lo apaga y enciende el siguiente. Al terminar el cuarto foco, el proceso se repite desde el inicio.

Todos los tableros comienzan encendiendo su primer foco al mismo tiempo. Determinar después de cuántos segundos volverán a coincidir los tres tableros encendiendo simultáneamente su primer foco.



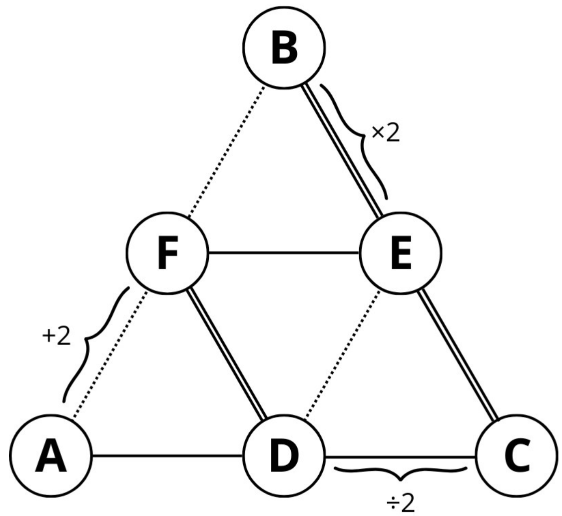
Problema 5

En un planetario hay 15 estaciones de observación dispuestas en forma circular, numeradas del 1 al 15 en sentido horario. Un astrónomo tiene 2025 fotografías de estrellas y desea distribuirlas siguiendo este orden: coloca una fotografía en una estación, se salta la siguiente (coloca en una sí y en otra no) y continúa con ese mismo patrón en sentido horario hasta terminar. Al final, la última fotografía queda en la estación número 8. Determinar en qué estación comenzó a colocar las fotografías.

Nivel 3

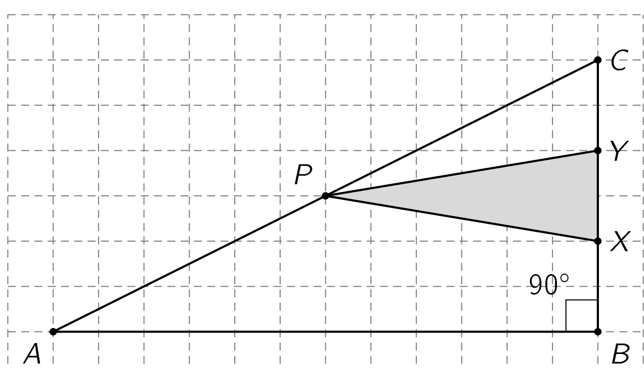
Problema 1

La hormiga atlética se mueve sobre las líneas de un tablero triangular con 9 trozos. Cada vez que camina sobre un trozo punteado, su puntaje sube dos puntos; cuando camina en las líneas dobles, el puntaje con el que comenzó ese trozo se duplica y cuando pasa por una línea simple, el puntaje con el que comenzó ese trozo se divide entre dos. Ella se mueve de esta forma entre los puntos: $A \to F \to B \to E \to C \to D \to E \to F \to D \to A$, terminando donde comenzó para volver a repetir el circuito. Si comenzó con 0 puntos y caminó sobre 46 trozos, determinar el puntaje de la hormiga atlética.



Problema 2

Se toma un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en B, tal que $\overline{AB} = 12$ unidades y $\overline{BC} = 6$ unidades. Se dibuja el punto P que divide a $\overline{AC}$ en dos partes iguales y también los puntos X y Y tales que dividen en tres partes iguales a $\overline{BC}$. Determine el área del triángulo PXY.



Problema 3

José, Carlos y Martín se repartieron el terreno de 360 m^2 que su papá dejó como herencia. El terreno fue distribuido de la siguiente manera:

- Las dos terceras partes del terreno serán para José, ahí hay plantas de melón.
- Las dos terceras partes de lo que queda serán para Carlos, ahí hay plantas de piña.
- Martín tendrá todo lo que resta del terreno, que tiene plantas de sandía.

Cada planta usa un metro cuadrado y da una fruta a la vez. Se sabe que el precio del melón es la mitad del precio de la piña y el precio de la piña $\frac{5}{6}$ del precio de la sandía. Determinar cuál de los hermanos obtiene más dinero por cada cosecha si entre los tres recogen 620 dólares.

Problema 4

Ana, Bernardita, Catalina y Dorotea son cuatro amigas que tienen de 10 a 13 años y no hay dos de ellas que tengan la misma edad. Ellas tienen cartas con los números del 10 al 13 y, después de repartirlas, se dan cuenta que ninguna tiene la carta con su edad. Se sabe que:

a. La suma de los números en las tarjetas de Ana y Dorotea es igual que la de Bernardita y Catalina.

b. Catalina y Dorotea tienen tarjetas con números impares, pero de ellas dos solo la edad de Catalina es un número impar.

c. El producto de los números en las tarjetas de Ana y Dorotea es mayor en dos unidades al producto de las de Bernardita y Catalina.

Si la edad de Bernardita es menor que la de Ana, determinar cuál es la edad de cada una.

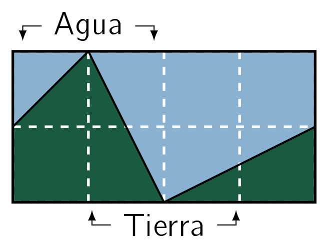
Problema 5

Se arruinó el motor de un reloj que además de marcar las 12 horas tiene también un contador con la fecha. Como un día tiene 24 horas, el contador cambia cada vez que la aguja de las horas pasa por segunda vez a las 12. Marcos intenta arreglarlo, pero lo hizo mal y ahora se mueve como si hubiesen pasado tres horas cuando en realidad solo ha pasado una hora. La última vez que el reloj marcó bien la fecha y la hora fue el domingo 7 de septiembre 2025 a las 6 de la mañana. Si este día por la tarde el reloj marca las 9:00 del lunes 29 de septiembre 2025, determinar la verdadera fecha y hora.

Nivel 4

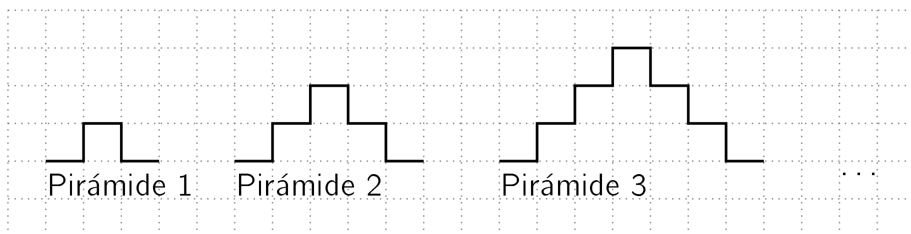
Problema 1

Sobre una cuadrícula de dimensiones 2×4 se ha colocado una fotografía aérea capturada por una turista. Determinar si en la imagen hay más tierra que agua.



Problema 2

Se usan palillos de 1 cm de largo para formar pirámides como se muestra a continuación:



Continuando la secuencia, determinar qué número de pirámide puede formarse con exactamente 2025 palillos.

Problema 3

Un concurso consiste en descifrar una fecha utilizando la siguiente información:

- Únicamente se pueden utilizar los diez números de la lista siguiente: 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 5, 5, 5.
- Para conocer el **día** de la fecha se deben multiplicar dos números de la lista, y luego tacharlos.
- Para el **mes** se deben multiplicar dos números de la lista, y luego tacharlos.
- Para el **año** se multiplican los seis números restantes de la lista y se obtiene un número que inicia con 2.

Descifrar la fecha del concurso.

Día	Mes	Año
____ × ____	____ × ____	____ × ____ × ____ × ____ × ____ × ____

Problema 4

Un panadero desarrolla una receta de pan a lo largo de varios intentos: en cada uno mezcla los ingredientes hasta obtener una mezcla homogénea, aparta una porción para hornear una prueba y al resto le añade nuevos ingredientes, como se describe a continuación.

- **Primer intento:** Se inicia con 3 libras de harina, 2 litros de agua, 5 cucharadas de levadura y 4 cucharadas de sal.
  Se utiliza la mitad de la mezcla para hornear pan y la otra mitad se reserva para el siguiente intento.
- **Segundo intento:** A la mezcla reservada del primer intento se agregan 1 libra de harina, 1 litro de agua, 1 cucharada de levadura y 1 cucharada de sal.
  De esta mezcla, se utilizan dos tercios para hornear pan y el tercio restante se reserva para el siguiente intento.
- **Tercer intento:** A la mezcla reservada del segundo intento se agregan 1 libra de harina, 1 litro de agua, 1 cucharada de levadura y 1 cucharada de sal. En este caso, toda la mezcla se utiliza para hornear pan.

Después de hornear todo el pan, el panadero se da cuenta de que su favorito es el que resultó del tercer intento. Calcular la cantidad de agua, levadura y sal necesarias para preparar dicho pan utilizando 11 libras de harina.

Problema 5

En el País de las Maravillas hay tres singulares animales, de los cuales se sabe lo siguiente:

- El Conejo Blanco usa sombrero los días lunes, miércoles, viernes y sábado, y miente los días martes, jueves, sábado y domingo.
- El Gato de Cheshire usa sombrero los días martes, viernes, sábado y domingo, y miente los días miércoles, viernes, sábado y domingo.
- La Liebre de Marzo usa sombrero los días lunes, martes, viernes y sábado, y miente los días lunes, miércoles, jueves y domingo.

En cierto día, se reúnen y cada uno realiza las siguientes afirmaciones:

- El Conejo Blanco dice: "Ayer el Gato de Cheshire no usó sombrero".
- El Gato de Cheshire dice: "La Liebre de Marzo pasado mañana dirá la verdad".
- La Liebre de Marzo dice: "Ayer usé sombrero".

Determinar en qué día o días de la semana se lleva a cabo la reunión.

Nivel 5

Problema 1

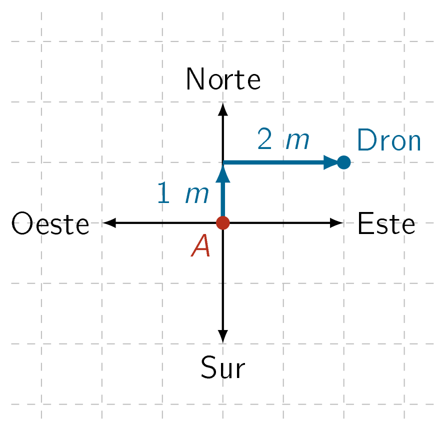
En una fiesta hay 10 botellas de jugo, cada una de $\frac{1}{2}$ litro. Durante la fiesta se sirvieron en total 20 vasos. De esos vasos, el 40 % eran grandes y el resto pequeños. Para llenar cada vaso grande se utilizó el 50 % del jugo de una botella y para llenar cada vaso pequeño se utilizó el 30 % del jugo de una botella. Determinar la cantidad de jugo que quedo en las botellas.

Problema 2

Un dron despega desde el punto A en una cuadrícula. El dron repite el siguiente bloque de cuatro instrucciones de forma indefinida:

- Avanzar 1 m al norte.
- Avanzar 2 m al este.
- Avanzar 3 m al sur.
- Avanzar 4 m al oeste.

La figura muestra al dron después de ejecutar las primeras dos instrucciones, encontrándose 1 m al norte y 2 m al este de A.



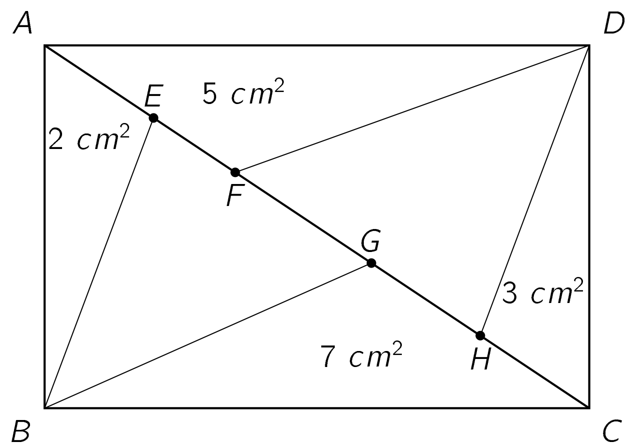
Describir, en términos de norte, sur, este y oeste, la posición del dron respecto de A después de ejecutar 2025 instrucciones.

Problema 3

El rectángulo $ABCD$ tiene un área de 26 cm^2. La diagonal $\overline{AC}$ se divide en cinco segmentos $\overline{AE}$, $\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{GH}$ y $\overline{HC}$.
Se sabe que:

- el área del triángulo AEB es 2 cm^2,
- el área del triángulo AFD es 5 cm^2,
- el área del triángulo BGC es 7 cm^2 y
- el área del triángulo CHD es 3 cm^2.

Determinar cuál de los cinco segmentos de la diagonal es el de menor tamaño.



Problema 4

Sea $N = \overline{AB7DX}$ un número de cinco cifras tal que:

- todas las cifras son distintas,
- N es múltiplo de 4, de 5 y de 9, y
- las dos primeras cifras cumplen $A + B = 12$.

Determinar el mayor valor posible de N.

Problema 5

Carlos tiene 56 cajas en las que guarda sus 2025 juguetes. Las cajas están numeradas del 1 al 56 y se sabe que cualquier grupo de seis cajas numeradas de forma consecutiva contiene en total 220 juguetes. Determinar cuántos juguetes hay en total al sumar las cajas numeradas 21, 28, 35 y 42.

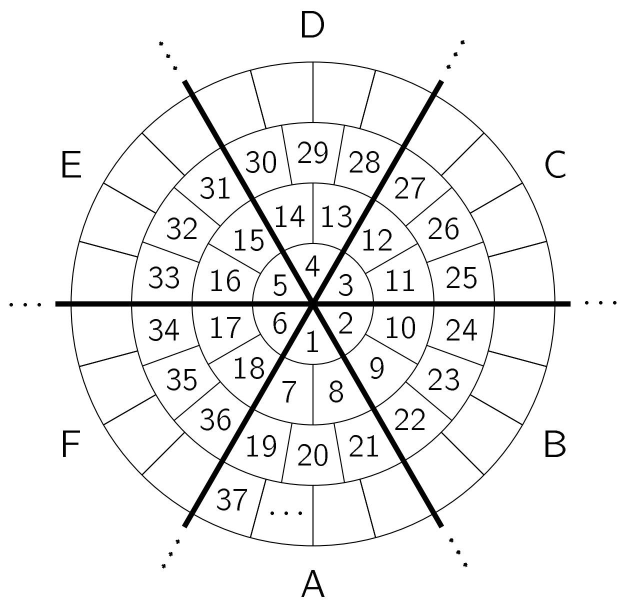
Nivel 6

Problema 1

Se muestra un tablero circular dividido en seis sectores identificados con las letras A, B, C, D, E y F. Cada sector está compuesto por varias casillas como se explica a continuación:

- La primera circunferencia tiene un número en cada sector, del 1 al 6.
- La segunda circunferencia tiene dos números en cada sector, del 7 al 18.
- La tercera circunferencia tiene tres números en cada sector, del 19 al 36.
- La cuarta circunferencia tiene cuatro números en cada sector, iniciando con el número 37, como lo muestra la figura.

Siguiendo este patrón, determine el sector en el que se encuentra el número 2025.



Problema 2

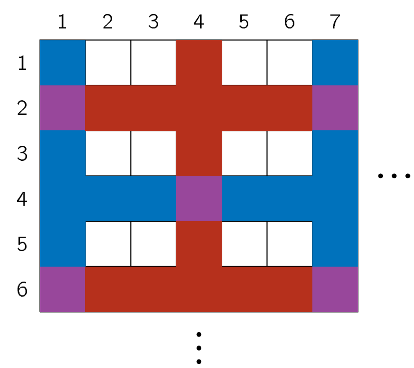
Un número *cuántico* es un número natural que cumple al menos una de las siguientes dos condiciones:

- Que la suma de sus dígitos sea múltiplo de 10.
- Que sea un impar múltiplo de 5.

Por ejemplo, 19 y 5 son números cuánticos. Determinar cuántos números cuánticos hay entre 1 y 2026, incluyéndolos.

Problema 3

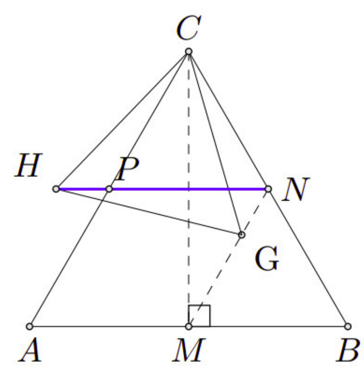
Una cuadrícula de 2025×2025 se pinta de rojo, azul y morado de la siguiente manera: las filas pares se pintan de rojo y azul de forma intercalada, comenzando por rojo, y las columnas cuyo número deja 1 como residuo al dividirlo entre 3 también se pintan de rojo y azul de forma intercalada, comenzando por azul. Las celdas donde se interceptan ambos colores se pintan de morado, como se muestra en la figura:



Determinar cuántas celdas moradas hay en toda la cuadrícula.

Problema 4

En la figura, se tiene un triángulo equilátero ABC de lado 3. Se definen M, N y P como los puntos medios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CA}$, respectivamente. Se toma el punto G sobre el segmento $\overline{MN}$ tal que $MG = 2GN$; luego, se toma el punto H sobre la recta NP tal que el triángulo GHC sea equilátero. Calcular la longitud del segmento $\overline{NH}$.



Problema 5

Sea ℓ una recta con ecuación $ax + by + c = 0$. Se sabe que la suma de su pendiente y su intersección con el eje Y es $\dfrac{a(b-1)}{b^2}$. Además, a, b y c satisfacen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1 - c.$$

Determinar, solo en términos de a, la intersección de ℓ con el eje X.

Nivel 7

Problema 1

A lo largo de una carretera hay 10 tiendas de tal manera que la n–ésima tienda está a una distancia $a \times 2^{n-1}$ m del inicio de la carretera. Luego de recorrer $\frac{1}{25}$ de la carretera, hay una pupusería a 45 m de la sexta tienda y a 35 m de la quinta. Calcular la distancia entre la décima tienda y el final de la carretera.

Problema 2

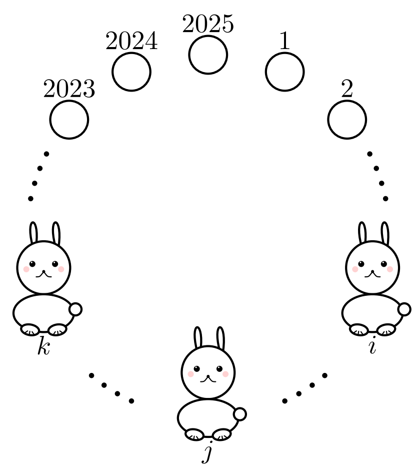
Sean x e y números reales positivos tales que $x + y > 1$ y

$$x + y + \sqrt{xy} = xy + \frac{1}{4}.$$

Encontrar el valor de $\sqrt{x} + \sqrt{y} - \sqrt{x + y}$.

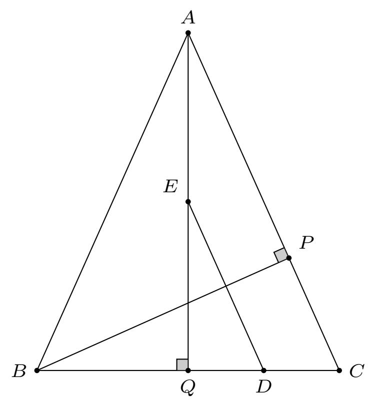
Problema 3

Hay tres conejitos escondidos en 2025 madrigueras dispuestas circularmente, como se muestra en la figura. En un paso, cuando un conejito salta t madrigueras en una dirección, otro salta t en dirección contraria, con t un número entero positivo. Inicialmente, los tres conejitos están en las madrigueras número i, j y k no necesariamente distintas. Determinar para qué valores de i, j y k es posible que, después de una cantidad finita de pasos, los tres conejitos queden juntos en la madriguera 2025.



Problema 4

Sea ABC un triángulo isósceles con $AB = AC$ y $BC = 4$. Sean P y Q puntos en $\overline{AC}$ y en $\overline{BC}$, respectivamente, tales que $\angle BPA = \angle AQB = 90°$. Sea D un punto en el segmento $\overline{BC}$ tal que el reflejo de D respecto a BP es E, y E está en el segmento $\overline{AQ}$. Si $AE = 3$, encontrar la medida de los lados AB y AC del triángulo ABC.



Problema 5

Encontrar todas las ternas ordenadas de números naturales (p, q, r) donde:

- p y q son números primos,
- $r > q$,
- $p + q + r = 48$ y
- $p^2 - r^2 q^6$ es un cuadrado perfecto.